Kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik

Skolverket

Skolverket
Stockholm 2012
www.skolverket.se

ISBN: 978-91-87115-68-4

Innehåll

1. Inledning

Från och med höstterminen 2011 sätter lärare betyg med hjälp av de nya kunskapskraven i läroplanen.

Syftet med det här materialet är att ge lärare stöd i hur de kan resonera när de bedömer elevers kunskaper utifrån kunskapskraven. I materialet presenteras en mängd bedömningar som verksamma lärare har gjort av autentiska elevexempel. Bedömningen utgår från de så kallade värdeorden, det vill säga de fetmarkerade ord i kunskapskraven som anger nivåerna.

Det är nödvändigt att lärare identifierar vilka bedömningsaspekter som de utgår från för att kunna göra säkrare bedömningar, men också för att kunna diskutera elevprestationer på ett bra sätt. Det är också centralt för att lärare ska kunna beskriva för elever och vårdnadshavare på vilket sätt en elev kan förbättra sina prestationer.

Det är Skolverkets förhoppning att skriften ska kunna utgöra ett stöd för vidare diskussioner mellan kollegor.

VAD MATERIALET ÄR OCH INTE ÄR

Inledningsvis ska något sägas om materialets avgränsningar och varför de är gjorda.

Materialet ska:

- vara ett stöd i att tolka kunskapskraven
- underlätta för lärare att diskutera bedömningsfrågor
- underlätta kommunikationen med elever och vårdnadshavare om elevernas arbete

Materialet ska däremot inte:

- ge en helhetsbild av kunskapskraven
- sätta kravnivåer och definiera betygsgränser på det sätt som till exempel ett nationellt prov gör

Kommentarmaterial till kunskapskraven finns i ett urval av ämnen, och varje material behandlar delar av kunskapskraven. Dessa avgränsningar har gjorts av flera skäl. Det är inte meningsfullt att gå igenom samtliga värdeord i alla ämnen, eftersom det finns så pass stora likheter mellan hur nivåerna är uppbyggda. Likheterna gör att man ofta kan överföra resonemangen om värdeorden mellan olika ämnen, även om det också finns kännetecken på kvalitet som till stor del beror på ämnet.

Skolverket vill inte heller ge intryck av att säkra och rättvisa bedömningar är beroende av att man först har brutit ned kunskapskraven på samma detaljerade sätt som i det här materialet. När man som lärare gör bedömningar av elevers arbete gör man det ofta både utifrån en medveten analys av vilka bedömningsaspekter som kan vara relevanta, och samtidigt utifrån erfarenhetsbaserad kunskap om samma aspekter.

Med hjälp av det här materialet får lärare en möjlighet att utveckla en mer detaljerad och systematiserad förståelse av några av värdeorden i kunskapskraven. Därigenom är det Skolverkets förhoppning att det ska vara enklare att skaffa sig en överblick över kraven som helhet.

MATERIALETS DISPOSITION

Kommentarmaterialet består av fem kapitel som är upplagda på följande sätt.

- *Kapitel 1* beskriver syftet med materialet och några avgränsningar som har gjorts.
- *Kapitel 2* handlar om hur man kan förstå kunskapskraven. I kapitlet redogörs för vad som menas med värdeord i kunskapskraven och hur man som lärare kan tolka och förstå vad värdeorden innebär.
- *Kapitel 3* beskriver hur lärare har bedömt autentiska elevarbeten i årskurs 6 med hjälp av kunskapskraven.
- *Kapitel 4* beskriver hur lärare har bedömt autentiska elevarbeten i årskurs 9 med hjälp av kunskapskraven.
- *Kapitel 5* avslutar materialet och ger tips på annat bedömningsstöd från Skolverket.

2. Kunskapskrav uppbyggda med värdeord

För att bättre förstå den kommande diskussionen om bedömning med hjälp av värdeord behöver man först en snabb överblick hur kunskapskraven är uppbyggda.

Bilden här nedanför illustrerar att kunskapskraven bygger på kursplanens olika delar.

I kursplanen för matematik finns fem förmågor som eleven ska ges förutsättningar att utveckla genom undervisningen. Förmågorna är skrivna i punktform längst ned i syftestexten:

- *formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,*
- *använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,*
- *välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,*
- *föra och följa matematiska resonemang, och*
- *använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.*

Dessa förmågor är desamma för alla årskurser och bygger tillsammans med det centrala innehållet upp kunskapskraven.

VÄRDEORDEN

I kunskapskraven används ett antal värdeord för att beskriva kunskapsnivåer för olika betygssteg. Exempel på sådana värdeord är **i huvudsak fungerande** (E), **ändamålsenliga** (C) och **ändamålsenliga och effektiva** (A). I läroplanen är alla värdeord i kunskapskraven fetmarkerade för att skillnaderna mellan kunskapskraven ska bli tydliga.

Den här diskussionen om värdeord bygger vidare på Skolverkets kommentarmaterial till grundskolans kursplaner. Där förs en generell diskussion om hur man kan tolka några vanligt förekommande värdeord i kunskapskraven. Den diskussionen fördjupas och blir ämnesspecifik i det här materialet.

SAMMANHANGET BESTÄMMER HUR ORDEN SKA TOLKAS

I det här materialet diskuteras hur man kan tolka och förstå kunskapskraven. Vad innebär det till exempel att välja och använda **i huvudsak fungerande** matematiska metoder respektive att välja och använda **ändamålsenliga** matematiska metoder och hur kan man urskilja och bedöma detta i en bedömningssituation?

Hur man tolkar ett värdeord måste nästan alltid avgöras av sammanhanget. Det här materialet lyfter fram hur några av orden kan tolkas och användas i en konkret situation, till exempel hur en lärare använder ordet **ändamålsenliga** vid bedömning av ett skriftligt arbete i geometri. Vid bedömningen inom ett annat kunskapsområde skulle läraren behöva tolka samma ord på ett annat sätt. Detta innebär att det ofta är svårt att slå fast en tolkning av ett enskilt värdeord en gång för alla. Vissa aspekter av värdeorden kan vara unika för ett visst ämne eller centralt innehåll, men det kan även finnas andra aspekter som är mer eller mindre desamma oavsett sammanhanget.

Vanligtvis visar eleven kunnande utifrån flera matematiska förmågor vid arbetet med en uppgift. Det kan handla om val av strategi och metod när uppgiften ska lösas, att redogöra för tillvägagångssätt samt att använda och beskriva matematiska begrepp. Förmågorna i matematik är överlappande och går in i varandra. Därför kan också flera delar av kunskapskravet vara aktuella vid bedömning. För att fånga komplexiteten i helheten behöver dock delarna göras synliga.

I detta material försöker vi beskriva och därmed särskilja det unika för förmågorna, som de är beskrivna i kunskapskraven. Materialet fokuserar därför enbart på delar av kunskapskraven och på de värdeord som finns i dessa.

3. Bedömning i årskurs 6

Det här kapitlet lyfter fram hur verksamma lärare har bedömt elevarbeten i ämnet matematik utifrån kunskapskraven för årskurs 6. I de olika avsnitten finns elevarbeten och kommentarer som relaterar till olika delar av kunskapskraven. Första avsnittet behandlar kunskapskrav som utgår från *förmågan att använda och analysera begrepp* och därefter kommer ett avsnitt som relaterar till kunskapskrav som utgår från *förmågan att välja och använda matematiska metoder*.

ATT ANVÄNDA OCH BESKRIVA BEGREPP

Inledningsvis presenteras den förmåga och den del av kunskapskraven som bedömningarna har utgått ifrån samt ett resonemang om relationen mellan förmågan och det centrala innehållet. Därefter görs en analys av olika bedömningsaspekter på den aktuella förmågan och värdeorden. Vilka aspekter kan finnas i *förmågan att använda och analysera matematiska begrepp?* Vad innebär det att använda begrepp på ett **relativt väl** fungerande sätt jämfört med att använda begrepp på ett **väl** fungerande sätt?

Slutligen presenteras uppgifter med tillhörande elevarbeten. I anslutning till varje elevarbete förs ett resonemang om hur lärare har bedömt dessa utifrån kunskapskraven.

Den del av kunskapskraven som kommenteras utgår från *förmågan att använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp*:

*Kunskapskrav för **betyget E** i slutet av årskurs 6*	*Kunskapskrav för **betyget C** i slutet av årskurs 6*	*Kunskapskrav för **betyget A** i slutet av årskurs 6*
Eleven har **grundläggande** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **välkända** sammanhang på ett **i huvudsak** fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **i huvudsak** fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **enkla** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.	Eleven har **goda** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **bekanta** sammanhang på ett **relativt väl** fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **relativt väl** fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **utvecklade** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.	Eleven har **mycket goda** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **nya** sammanhang på ett **väl** fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **väl** fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **välutvecklade** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.

Värdeorden **grundläggande, goda** och **mycket goda** i inledningen till de här delarna av kunskapskraven fungerar som en portal och texten som kommer sedan konkretiserar vad som menas med de olika kvalitetsnivåerna. Det innebär att värdeorden **grund-**

läggande, goda och **mycket goda** inte kan stå för sig själva utan ska läsas och tolkas tillsammans med texten som beskriver hur eleven visar kunskaper om matematiska begrepp. I det här materialet bedöms och kommenteras inte om sammanhangen är **välkända, bekanta** eller **nya** eftersom det kräver att läraren känner till i vilken omfattning och i vilka situationer eleverna har arbetat med begreppen i undervisningen. I materialet kommenteras inte heller vad det innebär att föra **enkla**, **utvecklade** eller **välutvecklade** resonemang. Uppgifternas formulering ger inte möjlighet till resonemang kring begreppen.

I det centrala innehållets alla kunskapsområden ingår *matematiska begrepp* och i matematikundervisningen behöver eleverna utveckla förståelse för begreppen. Elevernas uppfattningar av ett begrepp bygger på deras erfarenheter av begreppet. Ofta uppfattar eleverna till exempel hörn, kvadrat och medelvärde som mer konkreta, medan exempelvis procent, variabel och funktion uppfattas som mer abstrakta. I det centrala innehållet finns en progression från årskurs 1 till och med årskurs 9, från ett förråd av grundläggande begrepp (centralt innehåll, årskurs 1–3) till ett utökat begreppsförråd med sammansatta och komplexa begrepp (centralt innehåll, årskurs 7–9). Progressionen går från några aspekter av ett begrepp till flera aspekter av begreppet. Det handlar också om att gå från ett fåtal samband eller relationer mellan begrepp, till ett utökat förråd av samband eller relationer mellan begrepp. Progressionen i begreppsförståelse utgörs bland annat av en stigande komplexitet – med fler aspekter av begreppen och fler samband eller relationer mellan begreppen ökar komplexiteten.

Vilka begrepp som berörs i undervisningen är beroende av det centrala innehållet. När elever arbetar med uppgifter i matematik berörs ofta flera olika delar av det centrala innehållet. I det här materialet kommer ett antal elevarbeten inom området bråk och procent att presenteras för att belysa värdeorden i kunskapskravet. Varje värdeord illustreras med olika elevarbeten för att visa att ett och samma värdeord kan konkretiseras på olika sätt.

Bedömningsaspekter

I arbetet med olika uppgifter kan eleven på flera olika sätt visa kunnande i att använda och analysera begrepp. Det kan omfatta användningen av begrepp i olika situationer och sammanhang eller att tolka begrepp i en uppgift, för att sedan förklara eller beskriva begreppet. Eleven kan visa både kunnande och förståelse för begreppen genom att jämföra begrepp med varandra, att relatera begreppen till varandra eller visa på samband mellan dem. Elevens resonemang kring begreppen, dess samband eller relationer är ytterligare en aspekt av begreppsförmågan. Förståelse för begrepp kan också visas genom att olika uttrycksformer används och varieras. Detta omfattar även att växla mellan olika uttrycksformer samt att anpassa uttrycksform till sammanhanget.

När det gäller *förmågan att använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp* kan bedömningen av elevarbeten utgå ifrån:

Hur begrepp används i olika sammanhang och situationer

När det gäller användningen av matematiska begrepp i olika sammanhang och situationer innebär en högre kvalitet bland annat att använda begrepp i ökad omfattning.

En högre kvalitet innebär också en ökad precision i användningen av begrepp. Bedömningen kan även handla om att först använda begrepp i en speciell, ofta välkänd situation till att sedan, med en högre kvalitet, använda begrepp i olika situationer, som inte är lika välkända.

Hur begrepp tolkas

En aspekt av att analysera matematiska begrepp innebär att begrepp ska tolkas i relation till uppgiften. Det kan till exempel handla om att i en procentuppgift tolka innebörden av olika andelar som nämns i uppgiften. En högre kvalitet innebär en ökad överensstämmelse med uppgiften och omfattar även att mer komplexa begrepp kan tolkas.

Hur begrepp jämförs och hur samband eller relationer mellan begrepp visas

Ytterligare en aspekt av att använda och analysera matematiska begrepp handlar om hur begrepp jämförs och hur samband eller relationer mellan begrepp visas. Här innebär en lägre kvalitet att visa enkla samband, som till exempel sambandet mellan cirkelns diameter och omkrets. En högre kvalitet omfattar mer komplexa samband eller relationer mellan begrepp, som till exempel sambandet mellan längdskala och areaskala.

Hur resonemang förs kring begreppen och hur de relaterar till varandra

Elevens resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra är ytterligare en aspekt av begreppsförmågan. En lägre kvalitet kan omfatta en bild som beskriver relationen mellan bråk och del av helhet, medan en högre kvalitet kan vara att redogöra för hur omkretsen för olika geometriska objekt kan vara konstant medan arean för samma objekt varierar. En högre kvalitet kan också innebära att tolka och beskriva flera begrepps samband eller relationer.

Hur olika matematiska uttrycksformer används för att beskriva begrepp

Att beskriva begrepp med olika uttrycksformer och att växla mellan olika uttrycksformer visar hur väl eleven använder, men också visar en förståelse för begreppen. Att kunna beskriva begrepp med olika matematiska uttrycksformer med en högre kvalitet innebär att olika uttrycksformer används i ökad utsträckning och att det finns en ökad överensstämmelse mellan uttrycksformerna och uppgiften. Det kan till exempel handla om att använda flera olika uttrycksformer för del av helhet och procent eller en bilds överensstämmelse med uppgiften.

Hur uttrycksformerna används i olika sammanhang

Kvaliteten i hur uttrycksformerna används i olika sammanhang handlar om ökad precision i användningen av uttrycksformerna, till exempel hur lämpliga och anpassade bilder, symboler, tabeller och grafer är till sammanhanget. En ökad kvalitet handlar också om uttrycksformens användning i en speciell, ofta välkänd situation övergår till att uttrycksformen används även i generella, ofta nya situationer.

ELEVARBETEN MED KOMMENTARER

För att beskriva värdeorden att använda och beskriva begrepp på ett **i huvudsak, relativt väl** och **väl** fungerande sätt presenteras två uppgifter med nio kommenterade elevarbeten. Utgångspunkten för elevarbetena är följande uppgifter:

Uppgift Balkonglådan

Martin planterar växter i en låda på balkongen. Han planterar jordgubbar i halva lådan och tomater i en fjärdedel av lådan. Resten av lådan fördelas lika mellan gräslök, basilika och persilja. Hur stor del av hela lådan får persilja? Visa hur du löser uppgiften.

I uppgiften Balkonglådan finns olika utmaningar för att tolka och beskriva innehållet. En sådan är att dela en fjärdedel i tre lika stora delar där hela balkonglådan utgör helheten. I uppgiften ges möjlighet att växla mellan uttrycksformer genom att använda bild, ord och matematiskt symbolspråk. I växlingen mellan uttrycksformer är det nödvändigt att relatera delen till helheten. Uppgiften ger möjlighet att visa hur olika uttrycksformer kan användas. Vid tolkningen av uppgiften finns möjlighet att använda bild och utifrån bilden beskriva delen som ett stambråk.

Uppgift Procent

Astrid var inte i skolan då klassen arbetade med procent. Berätta för Astrid vad procent är och ge gärna något exempel.

I uppgiften Procent finns utmaningar att tolka, beskriva och förklara procent samt att använda och växla mellan olika uttrycksformer. Procent kan beskrivas som andelar med bild och symbolspråk. Det kan framgå att procent även innefattar att helheten kan variera och möjlighet ges att beskriva olika procentsatser med exempel. En beskrivning av samband mellan tal i bråk-, decimal- och procentform kan ingå. Eleven ges också möjlighet att visa hur procent kan användas genom att ge olika exempel från vardagen.

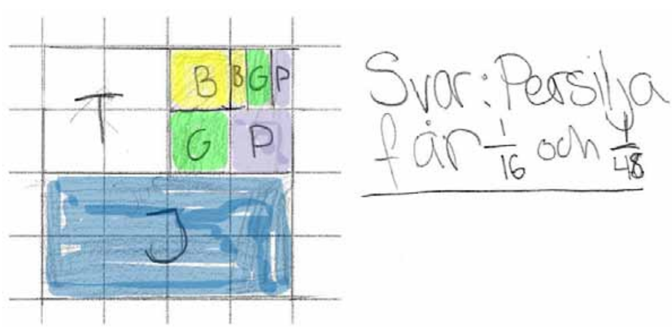
Genom sitt arbete med dessa två uppgifter har eleven möjlighet att visa med vilken kvalitet hon eller han använder och beskriver begrepp utifrån aspekterna

- Hur begrepp används i olika sammanhang och situationer
- Hur begrepp tolkas
- Hur begrepp jämförs och hur samband eller relationer mellan begrepp visas
- Hur olika matematiska uttrycksformer används för att beskriva begrepp
- Hur uttrycksformerna används i olika sammanhang

Använda och beskriva begrepp på ett *i huvudsak* fungerande sätt

Elevarbete 1

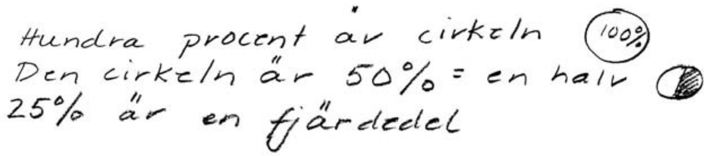
Elevarbete 2



I båda elevarbetena visar eleverna ett kunnande om begreppet bråk genom att tolka och beskriva det korrekt. Andelarna beskrivs med hjälp av en bild samt uttryckt som en andel. I båda bilderna är alla andelar korrekt beskrivna. I elevarbete 1 beskrivs delen persilja med matematiskt symbolspråk som en tredjedel av fjärdedelen, men inte som en del av en helhet. I elevarbete 2 beskrivs resultatet som en hel och en tredjedels ruta till persilja, basilika och gräslök, vilket också stämmer med texten i uppgiften. Andelen persilja uttrycks korrekt som delar av hela balkonglådan ($\frac{1}{16}$ och $\frac{1}{48}$), men delarna är inte adderade.

I elevarbetena används och beskrivs bråk med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **i huvudsak** fungerande sätt.

Elevarbete 3

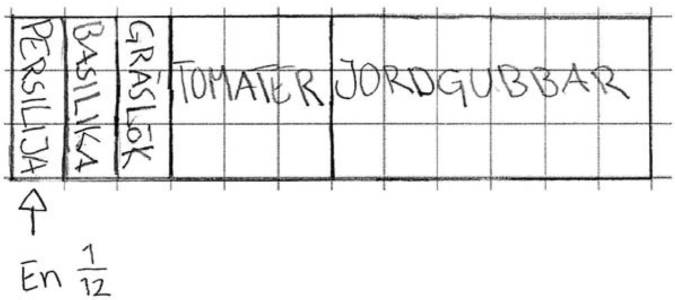


Eleven visar ett kunnande om begreppet genom att tolka och beskriva procent korrekt. Beskrivningen av procent är kortfattad och endast några grundläggande procentsatser nämns. Några olika uttrycksformer används för några av exemplen genom att procent beskrivs med ord, bild och symboler. Tre vanliga procentsatser nämns i arbetet.

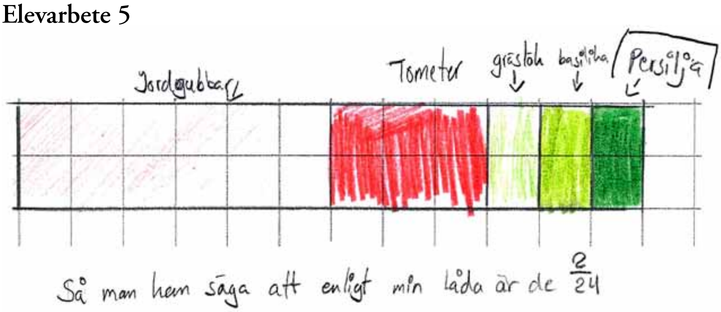
I elevarbetet används och beskrivs procent med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **i huvudsak** fungerande sätt.

Använda och beskriva begrepp på ett *relativt väl* fungerande sätt

Elevarbete 4



Elevarbete 5



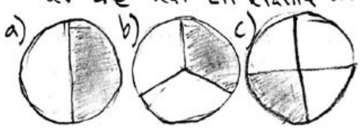
I de två elevarbetena visar eleverna ett kunnande om begreppet genom att tolka och beskriva bråk korrekt. Bråken beskrivs med hjälp av bild och uttrycks som del av helhet med matematiskt symbolspråk. I elevarbetena sker en växling mellan två uttrycksformer, bild och matematiska symboler.

Uppgiftens formulering ger inte möjlighet att visa högsta kvalitet och arbetena visar vad uppgiften kräver. Under arbetet med uppgiften finns möjlighet för läraren att fråga om eleven kan visa andelens storlek med användning av fler uttrycksformer, till exempel matematiskt symbolspråk. Då ges möjlighet att visa en högre kvalitet.

I elevarbetena används och beskrivs bråk med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **relativt väl** fungerande sätt.

Elevarbete 6

procent skriver man så här: %
procent är samma sak som
hundradel / 0,01.
Om frågan är: Hur många procent
av de här cirklarna är skuggade, hur många procent är vit?



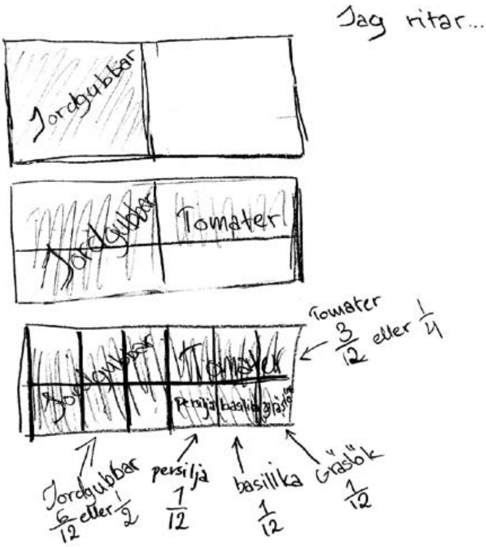
såhär räknar du ut det: a) $\frac{100}{2} = 50\%$
b) $\frac{100}{3} = 33{,}33\infty\%$ c) $\frac{100}{4} = 25\%$.

I elevarbetet visar eleven ett kunnande om procentbegreppet genom att uttrycka det med ett tal i decimalform och beskriva innebörden av begreppet. Procent beskrivs som del av helhet. Förklaringen av procent är korrekt och i beskrivningen används flera uttrycksformer som är anpassade till uppgiften. Växling sker mellan bild och matematiska symboler. Några procentsatser omnämns samt beräkningar och bild används för att visa procentsatsen.

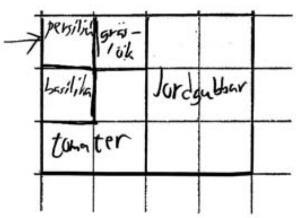
I elevarbetet används och beskrivs procent med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **relativt väl** fungerande sätt.

Använda och beskriva begrepp på ett *väl* fungerande sätt

Elevarbete 7



Elevarbete 8



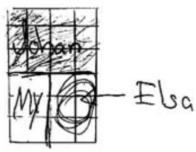
$$\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \qquad \frac{1}{4}/3=\frac{1}{12}$$

I de två elevarbetena visar eleverna ett kunnande om begreppet genom att använda bråk korrekt som del av helhet vid tolkningen av uppgiften. Bråk beskrivs och förklaras även med hjälp av bild och matematiskt symbolspråk. I elevarbetena sker en växling mellan två uttrycksformer, bild och matematiska symboler. I elevarbete 7 visas utbytbara bråk och andelen uttrycks både med bilder och matematiskt symbolspråk. I elevarbete 8 visas andelen $\frac{1}{12}$ med både bild och beräkningar. Uttrycksformerna är väl anpassade till uppgiften och elevarbetena visar högsta kvalitet även om uppgiften inte kräver detta.

I elevarbetena används och beskrivs bråk med matematiska uttrycksformer på ett **väl** fungerande sätt.

Elevarbete 9

Procent är ett sätt att räkna ut en del av
något. Till exempel: 50% av 1kg godis är 500g.
100% är max. alltså en hel, se olika ut
50% kan man också skriva $\frac{1}{2}$ 0,5. och en halv.
20% är en femtedel och 40% är två femtedelar $\frac{2}{5}$.
Man använder procent ofta när man ska dela
på något Till exempel:
Johan, My och Elsa ska dela på en chokladkaka.
Johan ska ha 50%, My ska ha 25% och Elsa 25%



I elevarbetet visar eleven ett kunnande om procentbegreppet genom att ge en korrekt och enkel beskrivning av hur procent används, exempel på olika vardagliga exempel samt växlar mellan olika uttrycksformer. Samband mellan tal i bråk-, decimal- och procentform beskrivs, några olika procentsatser exemplifieras och procent beskrivs med både andelar och ord. Elevarbetet visar att helheten kan se olika ut och beskriver flera aspekter av procent. Det här visar på olika dimensioner och en större variation av kunnande.

I elevarbetet används och beskrivs procent med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **väl** fungerande sätt.

ATT VÄLJA OCH ANVÄNDA METODER

Inledningsvis presenteras den förmåga och den del av kunskapskraven som bedömningarna har utgått ifrån samt ett resonemang om relationen mellan förmågan och det centrala innehållet. Därefter görs en analys av olika bedömningsaspekter på den aktuella förmågan och värdeorden. Vilka aspekter finns i *förmågan att välja och använda metoder*? Vad innebär det att välja och använda **ändamålsenliga** matematiska metoder jämfört med att välja och använda **ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder?

Slutligen presenteras uppgifter med tillhörande elevarbeten. I anslutning till varje elevarbete förs ett resonemang om hur lärare har bedömt dessa arbeten utifrån kunskapskraven.

Den del av kunskapskraven som kommenteras utgår från *förmågan att välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter:*

*Kunskapskrav för **betyget E** i slutet av årskurs 6*	*Kunskapskrav för **betyget C** i slutet av årskurs 6*	*Kunskapskrav för **betyget A** i slutet av årskurs 6*
Eleven kan välja och använda **i huvudsak fungerande** matematiska metoder med **viss anpassning** till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **tillfredsställande** resultat.	Eleven kan välja och använda **ändamålsenliga** matematiska metoder med **relativt god anpassning** till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **gott** resultat.	Eleven kan välja och använda **ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder med **god anpassning** till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **mycket gott** resultat.

I det centrala innehållets alla kunskapsområden ingår olika *metoder*. Eleverna behöver utveckla förtrogenhet med metoderna samt en förståelse för när de ska användas. Det centrala innehållet avgör vilka metoder som undervisningen ska behandla, och i det finns en progression från årskurs 1 till och med årskurs 9. Progressionen gäller repertoaren och användandet av metoder – från ett begränsat talområde i årskurs 1–3 (centralt innehåll, årskurs 1–3) till ett utökat talområde i årskurs 7–9 (centralt innehåll, årskurs 7–9). På samma sätt rör man sig från enkla metoder i årskurs 1–3 till mer sammansatta metoder i årskurs 7–9 inom matematikens alla områden. Progressionen innebär bland annat en stigande komplexitet.

När elever arbetar med uppgifter i matematik använder de ofta flera metoder från olika delar av det centrala innehållet. De elevarbeten som kommenteras i detta material relaterar främst till metoder inom området taluppfattning och tals användning samt samband och förändring.

Bedömningsaspekter

I arbetet med olika uppgifter kan eleven visa att hon eller han kan välja och använda en rad olika metoder. Det kan omfatta prövning, rita bilder, skapa tabeller och utföra beräkningar. Valet och användningen av metoder kan också omfatta valet av miniräknare, huvudräkning eller skriftlig metod för att utföra beräkningen. Det kan även handla om att välja och använda en lämplig skriftlig beräkningsmetod. Metodvalet och genomförandet kan ha olika kvalitet, där omständliga men i huvudsak fungerande metoder kan leda till någon felräkning.

När det gäller *förmågan att välja och använda lämpliga matematiska metoder* kan bedömningen av elevarbeten utgå ifrån:

Hur metoden genomförs

En högre kvalitet vid genomförandet av en vald metod innebär att eleven är säker på användandet och fullföljer den valda metoden korrekt. I elevarbetena har inte denna aspekt uppmärksammats. De valda elevarbetena omfattar i de flesta fall korrekt genomförda metoder.

Hur väl metoden är anpassad till uppgiften, situationen eller sammanhanget

En annan aspekt av att välja och använda lämplig metod är hur väl metoden är anpassad till uppgiften. En metod med högre kvalitet är bättre anpassad till exempelvis talområdet eller till de ingående talen i uppgiften. Anpassning kan också handla om att motivera metodvalet i situationen eller att anpassa metoden till sammanhanget.

Hur utvecklingsbar den valda metoden är

En högre kvalitet i att välja och använda en metod innebär att metoden är utvecklingsbar, exempelvis användbar i ett utökat talområde, och att metoden inte är omständlig vid användningen. Att välja och använda en metod som prövning, kräver en tolkning av resultaten för att prövningen ska bli systematisk och därmed utvecklingsbar.

Hur generell metoden är

Att välja och använda metod med en högre kvalitet innebär också att kunna generalisera och tillämpa lämpliga metoder i nya sammanhang. Progressionen handlar om att gå från en specifik metod som att skapa en enkel tabell till att göra en systematisk tabell, söka mönster eller att kunna generalisera och utnyttja olika samband vid beräkningar. En högre kvalitet innebär att metoden är generaliserbar, vilket kan omfatta både generella aritmetiska och algebraiska metoder.

ELEVARBETEN MED KOMMENTARER

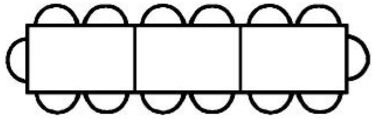
För att beskriva värdeorden **i huvudsak fungerande**, **ändamålsenliga** samt **ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder presenteras två uppgifter med nio kommenterade elevarbeten. Utgångspunkterna för elevarbetena är följande uppgifter.

Uppgift Smörgåsar

Nike gör 2 smörgåsar och Anton gör 3 smörgåsar på samma tid. De gör 100 smörgåsar tillsammans. Hur många smörgåsar gör Anton?

Uppgift Borden

Ett långt bord är sammansatt av 3 småbord. Runt det långa bordet har man ställt stolar, som figuren visar.



a) Hur många stolar finns det plats till om vi sätter samman 4 småbord på samma sätt? Visa hur du löser uppgiften.

b) Hur många stolar blir det plats till om man sätter samman 15 småbord på samma sätt? Visa hur du löser uppgiften.

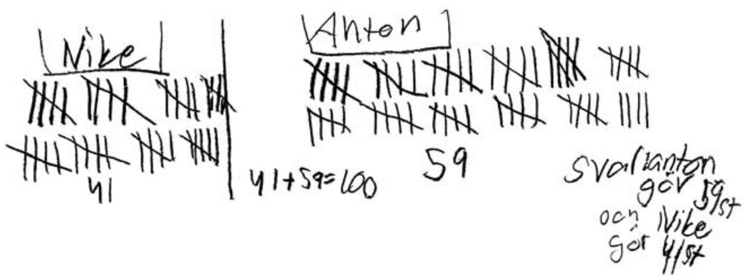
c) Hur många stolar blir det plats till om man sätter samman 100 småbord på samma sätt? Visa hur du löser uppgiften.

Genom sitt arbete med uppgifterna har eleven möjlighet att visa med vilken kvalitet hon eller han väljer och använder metod utifrån aspekterna

- hur väl metoden är anpassad till uppgiften
- hur utvecklingsbar den valda metoden är
- hur generell metoden är

Välja och använda *i huvudsak fungerande* matematiska metoder

Elevarbete 10

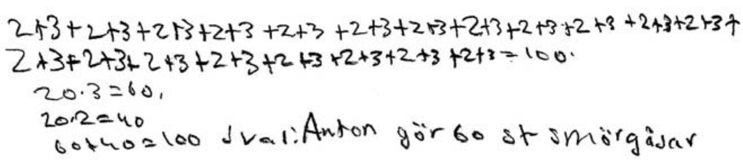


Den valda metoden innebär att en enkel tabell ritas och antalet smörgåsar prickas av för Nike respektive Anton. En kontroll görs genom att addera det sammanlagda antalet streck. Ett mindre avprickningsfel görs.

Metoden är inte anpassad till talområdet, utan fungerar bäst i talområdet 0–20, exempelvis om Anton och Nike gör 15 smörgåsar tillsammans. Metoden med avprickning är inte utvecklingsbar eftersom det blir tidskrävande och lätt att göra fel inom ett utökat talområde.

I elevarbetet väljs och används en **i huvudsak fungerande** metod.

Elevarbete 11

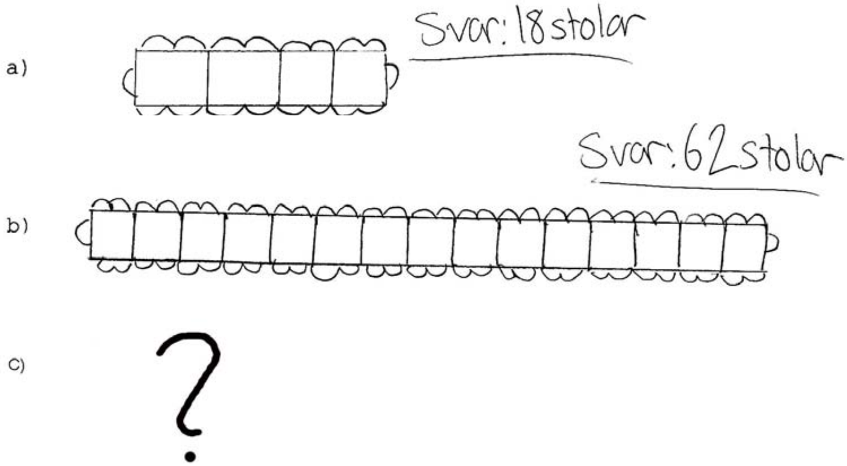


Den valda metoden innebär att additionen 2 + 3 upprepas till dess att summan är 100. Antalet termer multipliceras med 2 respektive 3.

Metoden med upprepad addition fungerar, men är varken utvecklingsbar eller väl anpassad till uppgiften, då metoden både är tidskrävande och omständlig i det utökade talområdet.

I elevarbetet väljs och används en **i huvudsak fungerande** metod.

Elevarbete 12



I elevarbetet väljs och används samma metod i uppgift a) och b), att rita upp hur stolar fördelas, för att korrekt bestämma antalet stolar, 18 respektive 62. Metoden används och genomförs på två av deluppgifterna, däremot väljs och används ingen metod för det utökade talområdet med 100 bord.

Metoden är anpassad till några av deluppgifterna, men den är inte utvecklingsbar eftersom den enbart fungerar i ett begränsat talområde och är tidskrävande.

I elevarbetet väljs och används en **i huvudsak fungerande** metod.

Välja och använda *ändamålsenliga* matematiska metoder

Elevarbete 13

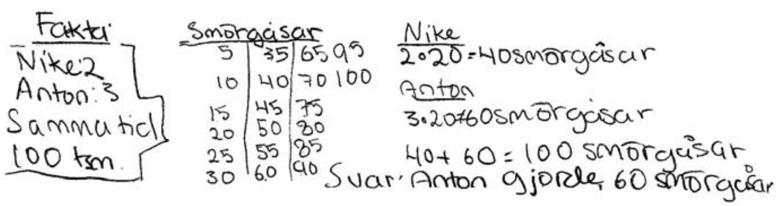
N		A	
2	+	3	= 5
10	+	15	= 25
50	+	75	= 125
30	+	45	= 75
40	+	60	= 100

Svar: Anton gör 60 smörgåsar

Metoden är anpassad till uppgiften och innebär att en tabell ritas där olika antal smörgåsar undersöks på ett systematiskt sätt genom prövning. Att hitta en struktur, genom att till exempel göra en tabell kan vara ett sätt att förtydliga hur uppgiften tolkats. Metoden är utvecklingsbar och fungerar tillfredsställande även då antalet smörgåsar är stort.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig** metod.

Elevarbete 14



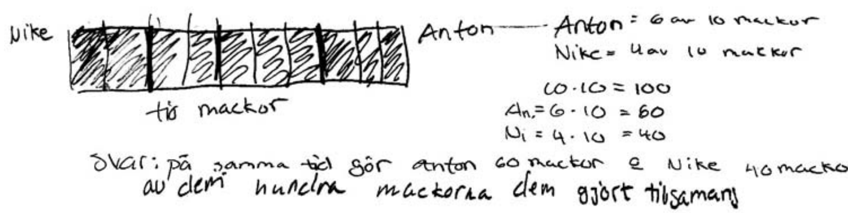
I elevarbetet ritas en tabell som utgår från 5, dvs. summan av barnens smörgåsar. En räkning med 5 i taget görs tills antalet har kommit upp till 100. Antalet ”5-steg” till 100 är 20. Därefter multipliceras 20 med det antal smörgåsar som var och en gör. Ett korrekt svar finns, som kontrolleras med beräkning som visar att antalet stämmer.

Elevarbetet visar på en metod som är anpassad för situationen och som inte är för omständlig att genomföra, även i ett utökat talområde. Metoden är utvecklingsbar och fungerar tillfredsställande även då antalet smörgåsar är fler. Att hitta en struktur, genom att till exempel göra en tabell på detta sätt kan vara ett sätt att förtydliga hur uppgiften tolkats.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig** metod.

Välja och använda *ändamålsenliga och effektiva* matematiska metoder

Elevarbete 15



I elevarbetet visar eleven ett kunnande i att välja och använda matematiska metoder genom att rita en bild av Nikes och Antons smörgåsar. Uppdelningen av tio smörgåsar framgår av bilden. Proportionerna för de tio smörgåsarna utnyttjas och används när antalet tillverkade smörgåsar ska beräknas för respektive barn, som innebär ett utökat talområde.

Metoden är anpassad till uppgiften och fungerar väl i talområdet utan att vara för omständlig och omfattande. Användning av proportioner visar på val av en metod som är utvecklingsbar och effektiv och som även kan användas i andra sammanhang, en generell aritmetisk metod. Ett generellt samband, proportioner, utnyttjas vid beräkningarna.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig och effektiv** metod.

Elevarbete 16

Nike = 2st Anton = 3 st 100st

$2+3=5$ $\frac{100}{5}=20$ $3 \cdot 20 = \underline{60}$ $60+40=100$ smörgåsar
$2 \cdot 20 = 40$

I elevarbetet finns en beräkning som visar att fem smörgåsar tillverkas tillsammans och en kontrollräkning verifierar detta. Därefter används detta samband för att beräkna hur många smörgåsar var och en gör. Metodvalet har en hög kvalitet då metoden är väl anpassad till uppgiften, utvecklingsbar och är möjlig att tillämpa på ett utökat talområde. Den är effektiv och inte omständlig samt fungerar för olika uppgifter och talområden, en generell aritmetisk metod. Ett viktigt kännetecken på hög kvalitet är att generalisera sin metod och utnyttja samband. Här utnyttjas sambandet mellan totala antalet smörgåsar och antalet smörgåsar barnen gör tillsammans för att komma fram till hur många smörgåsar respektive barn gör.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig och effektiv** metod.

Elevarbete 17

a) Just nu 14 st. Om man lägger till ett bord blir det:
14+4=18. För att det rymmer 4 stolar på ett bord eftersom det redan finns en på kanten
Svar: 18 stolar får plats.

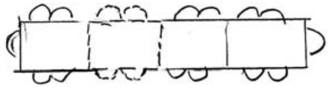
b) Just nu 14 st. 15-3=12. $12 \cdot 4 = 48$.
Eftersom det redan finns en stol på kanten så måste vi bara plussa på 12 st bord och sedan alla stolar. Sedan 48+14=62.
Svar: 62 st stolar

c) Just nu 14 st. 100-3=97. $97 \cdot 4 = 388$
388+14=402 st stolar
Svar: 402 stolar får plats.

Metoden är anpassad till uppgiften vad gäller talområde. Den fungerar även att användas i ett utökat talområde och är i det avseendet en utvecklingsbar metod. En generell aritmetisk metod används då antalet stolar i bilden, 14 stycken, utnyttjas för att bestämma det totala antalet stolar. Detta görs för alla tre deluppgifterna. Metoden medför visserligen beräkningar i flera steg, men eleven utnyttjar ett generellt samband för att lösa uppgiften och visar därmed en hög kvalitet.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig och effektiv** metod.

Elevarbete 18

a) 

$14+4=18$

b) $4 \cdot 15+2=62$

c) $4 \cdot 100+2=402$

I elevarbetet visar eleven kunnande i att välja och använda metod. Metoden används med stor säkerhet och korrekt svar finns. Metoden är väl anpassad till uppgiften och är utvecklingsbar då den fungerar även i utökade talområden. En generell aritmetisk metod används i alla delar i elevarbetet. Den generella metoden utnyttjas, genom att den nya delen i mönstret (att det är fyra nya stolar för varje nytt bord) används för att bestämma det totala antalet stolar i varje deluppgift.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig och effektiv** metod.

4. Bedömning i årskurs 9

Det här kapitlet lyfter fram hur verksamma lärare har bedömt elevarbeten i ämnet matematik utifrån kunskapskraven för årskurs 9. I de olika avsnitten finns elevarbeten och kommentarer som relaterar till olika delar av kunskapskraven. Första avsnittet behandlar kunskapskrav som utgår från *förmågan att använda och analysera begrepp* och därefter kommer ett avsnitt som relaterar till kunskapskrav som utgår från *förmågan att välja och använda matematiska metoder*.

ATT ANVÄNDA OCH BESKRIVA BEGREPP

Inledningsvis presenteras den förmåga och den del av kunskapskraven som bedömningarna har utgått ifrån samt ett resonemang om relationen mellan förmågan och det centrala innehållet. Därefter görs en analys av olika bedömningsaspekter på den aktuella förmågan och värdeorden. Vilka aspekter kan finnas i *förmågan att använda och analysera matematiska begrepp*? Vad innebär det att använda begrepp på ett **relativt väl** fungerande sätt jämfört med att använda begrepp på ett **väl** fungerande sätt?

Slutligen presenteras uppgifter med tillhörande elevarbeten. I anslutning till varje elevarbete förs ett resonemang om hur lärare har bedömt dessa arbeten utifrån kunskapskraven.

Den del av kunskapskraven som kommenteras utgår från *förmågan att använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp:*

*Kunskapskrav för **betyget E** i slutet av årskurs 9*	*Kunskapskrav för **betyget C** i slutet av årskurs 9*	*Kunskapskrav för **betyget A** i slutet av årskurs 9*
Eleven har **grundläggande** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **välkända** sammanhang på ett **i huvudsak** fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **i huvudsak** fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **enkla** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.	Eleven har **goda** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **bekanta** sammanhang på ett **relativt väl** fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **relativt väl** fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **utvecklade** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.	Eleven har **mycket goda** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **nya** sammanhang på ett **väl** fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **väl** fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **välutvecklade** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.

Värdeorden **grundläggande, goda** och **mycket goda** i inledningen till de här delarna av kunskapskraven fungerar som en portal och texten som kommer sedan konkretiserar vad som menas med de olika kvalitetsnivåerna. Det innebär att värdeorden **grund-**

läggande, goda och **mycket goda** inte kan stå för sig själva utan ska läsas och tolkas tillsammans med texten som beskriver hur eleven visar kunskaper om matematiska begrepp. I det här materialet bedöms och kommenteras inte om sammanhangen är **välkända, bekanta** eller **nya** eftersom det kräver att läraren känner till i vilken omfattning och i vilka situationer eleverna har arbetat med begreppen i undervisningen.

I det centrala innehållets alla kunskapsområden ingår *matematiska begrepp* och i matematikundervisningen behöver eleverna utveckla förståelse för begrepp. Elevernas uppfattningar av ett begrepp bygger på deras erfarenheter av begreppet. Ofta uppfattar eleverna till exempel hörn, kvadrat och medelvärde som mer konkreta, medan exempelvis procent, variabel och funktion uppfattas som mer abstrakta. I det centrala innehållet finns en progression från årskurs 1 till och med årskurs 9, från ett förråd av grundläggande begrepp (centralt innehåll, årskurs 1–3) till ett utökat begreppsförråd med sammansatta och komplexa begrepp (centralt innehåll, årskurs 7–9). Progressionen går från några aspekter av ett begrepp till flera aspekter av begreppet. Det handlar också om att gå från ett fåtal samband eller relationer mellan begrepp, till ett utökat förråd av samband eller relationer mellan begrepp. Progressionen i begreppsförståelse utgörs bland annat av en stigande komplexitet – med fler aspekter av begreppen och fler samband eller relationer mellan begreppen ökar komplexiteten.

Vilka begrepp som berörs i undervisningen är beroende av det centrala innehållet. När elever arbetar med uppgifter i matematik berörs ofta flera olika delar av det centrala innehållet. I det här materialet kommer ett antal elevarbeten inom området geometri att presenteras för att belysa värdeorden i kunskapskravet. Varje värdeord illustreras med olika elevarbeten för att visa att ett och samma värdeord kan konkretiseras på olika sätt.

Bedömningsaspekter

I arbetet med olika uppgifter kan eleven på flera olika sätt visa kunnande i att använda och analysera begrepp. Det kan omfatta användningen av begrepp i olika situationer och sammanhang eller att tolka begrepp i en uppgift, för att sedan förklara eller beskriva begreppet. Eleven kan visa både kunnande och förståelse för begreppen genom att jämföra begrepp med varandra, att relatera begreppen till varandra eller visa på samband mellan dem. Elevens resonemang kring begreppen, dess samband eller relationer är ytterligare en aspekt av begreppsförmågan. Förståelse för begrepp kan också visas genom att olika uttrycksformer används och varieras. Detta omfattar även att växla mellan olika uttrycksformer samt att anpassa uttrycksform till sammanhanget.

När det gäller *förmågan att använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp* kan bedömningen av elevarbeten utgå ifrån:

Hur begrepp används i olika sammanhang och situationer

När det gäller användningen av matematiska begrepp i olika sammanhang och situationer innebär en högre kvalitet bland annat att använda begrepp i ökad omfattning. En högre kvalitet innebär också en ökad precision i användningen av begrepp. Bedömningen kan även handla om att först använda begrepp i en speciell, ofta välkänd situation till att sedan, med den högre kvaliteten, använda begrepp i en generell, ofta ny situation.

Hur begrepp tolkas
En aspekt av att analysera matematiska begrepp innebär att begrepp ska tolkas i relation till uppgiften. Det kan till exempel handla om att i en procentuppgift tolka innebörden av olika andelar som nämns i uppgiften. En högre kvalitet innebär en ökad överensstämmelse med uppgiften och kan också handla om att mer komplexa begrepp ska tolkas.

Hur begrepp jämförs och hur samband eller relationer mellan begrepp visas
Ytterligare en aspekt av att använda och analysera matematiska begrepp handlar om hur begrepp jämförs och hur samband eller relationer mellan begrepp visas. Här innebär en lägre kvalitet att visa enkla samband, som till exempel sambandet mellan cirkelns diameter och omkrets. En högre kvalitet omfattar mer komplexa samband eller relationer mellan begrepp, som till exempel sambandet mellan längdskala och areaskala.

Hur resonemang förs kring begreppen och hur de relaterar till varandra
Elevens resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra är ytterligare en aspekt av begreppsförmågan. En lägre kvalitet kan omfatta en bild som beskriver relationen mellan bråk och del av helhet, medan en högre kvalitet kan vara att redogöra för hur omkretsen för olika geometriska objekt kan vara konstant medan arean för samma objekt varierar. En högre kvalitet kan också innebära att flera begrepps samband eller relationer tolkas och beskrivs, men också att sambanden motiveras med matematiska argument. Det kan till exempel vara att föra generella resonemang om relationen area, vinkel och omkrets och motivera svaren eller slutsatserna med systematiska undersökningar och beräkningar.

Hur olika matematiska uttrycksformer används för att beskriva begrepp
Att beskriva begrepp med olika uttrycksformer och att växla mellan olika uttrycksformer visar hur väl eleven använder, men också visar förståelse för begreppen. Att kunna beskriva begrepp med olika matematiska uttrycksformer med en högre kvalitet innebär att olika uttrycksformer används i ökad utsträckning och att det finns en ökad överensstämmelse mellan uttrycksformerna och uppgiften. Det kan till exempel handla om att beskriva en funktion med både formel och graf.

Hur uttrycksformerna används i olika sammanhang
Kvaliteten i hur uttrycksformerna används i olika sammanhang handlar om ökad precision i användningen av uttrycksformerna, till exempel hur lämpliga och anpassade symboler, algebraiska uttryck, formler och grafer är till sammanhanget. En ökad kvalitet handlar också om uttrycksformens användning i en speciell, ofta välkänd situation övergår till att uttrycksformen används även i generella, ofta nya situationer.

ELEVARBETEN MED KOMMENTARER

För att beskriva värdeorden att använda och beskriva begrepp på ett **i huvudsak, relativt väl** och **väl** fungerande sätt presenteras två uppgifter med fem kommenterade elevarbeten. Utgångspunkten för elevarbetena är följande uppgifter:

Uppgift Trianglar

Din uppgift är att undersöka trianglar. Alla trianglar som du undersöker ska ha en sida som är 6,0 cm och höjden mot denna ska vara 4,0 cm.

- Rita en spetsvinklig, en rätvinklig och en trubbvinklig triangel med dessa mått.
- Mät sidorna och beräkna dina trianglars omkrets och area. Vilka slutsatser drar du utifrån dina beräkningar?
- Rita och bestäm sidornas längd i den triangel som har minsta möjliga omkrets. Hur lång är denna omkrets? Motivera också varför du valt denna tringel.
- Finns det ett största möjliga värde på omkretsen av en triangel med ovanstående mått? Hur ser i så fall en sådan triangel ut?

Uppgiften Trianglar består av många deluppgifter där vissa är av utredande karaktär. I arbetet med uppgiften kan eleven använda och beskriva olika geometriska begrepp, till exempel spetsvinklig triangel, omkrets och höjd, samt använda olika uttrycksformer för dessa. I uppgiften ges eleven även möjlighet att undersöka begreppen vinkel, area och omkrets samt deras relationer samt motivera sambanden i relation till givna förutsättningar. I uppgiften ges även möjlighet att föra resonemang om relationen mellan begreppen omkrets och area.

Genom sitt arbete har eleven möjlighet att visa med vilken kvalitet hon eller han använder och beskriver begrepp utifrån aspekterna

- Hur begrepp används i olika sammanhang och situationer
- Hur begrepp tolkas
- Hur begrepp jämförs och hur samband eller relationer mellan begrepp visas
- Hur resonemang förs kring begreppen och hur de relaterar till varandra
- Hur olika matematiska uttrycksformer används för att beskriva begrepp
- Hur uttrycksformerna används i olika sammanhang

Uppgift Chokladblock

Man transporterar färdig chokladmassa i form av rätblock som väger 5 kg. Ge två förslag på hur rätblocken kan se ut. Rita figurer, sätt ut mått och visa att volymen stämmer. Räkna med att 1 dm^3 choklad väger 1 kg.

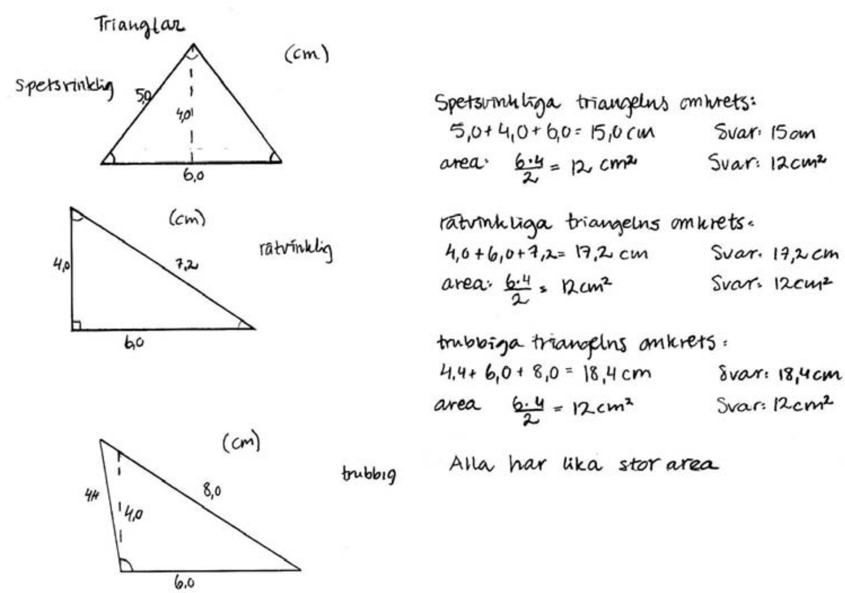
Uppgiften Choklad omfattar ett fåtal begrepp och uppgiftens formulering ger begränsade möjligheter att visa högre kvaliteter. I arbetet med uppgiften ges eleven möjlighet att använda och beskriva några geometriska begrepp, till exempel rätblock och volym. I uppgiften ges även möjligheter att beskriva begrepp och samband mellan begrepp med användning av olika uttrycksformer, samt att visa ett kunnande om enheter och samband mellan enheter. I uppgiften ges också möjlighet att med bland annat volymberäkning visa att vald form och valda mått stämmer.

Genom sitt arbete har eleven möjlighet att visa med vilken kvalitet hon eller han använder och beskriver begrepp utifrån aspekterna

- Hur begrepp används i olika sammanhang och situationer
- Hur begrepp tolkas
- Hur begrepp jämförs och hur samband eller relationer mellan begrepp visas
- Hur olika matematiska uttrycksformer används för att beskriva begrepp
- Hur uttrycksformerna används i olika sammanhang

Använda och beskriva begrepp på ett *i huvudsak* fungerande sätt samt föra *enkla* resonemang

Elevarbete 19



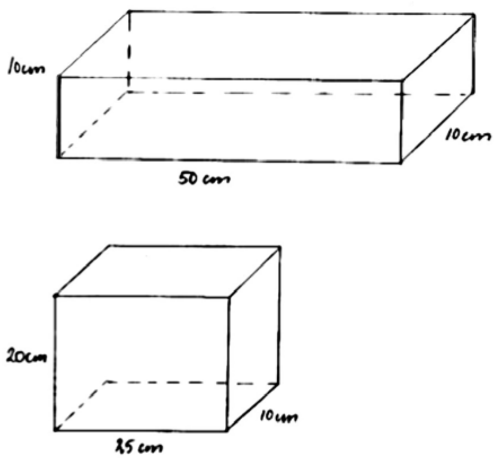
I elevarbetet visar eleven kunnande om olika geometriska begrepp genom att använda dem. De tre typerna av trianglar har tolkats och beskrivs till viss del korrekt, den spetsvinkliga och rätvinkliga triangeln har angivna mått och höjderna är korrekt utsatta. I den trubbvinkliga triangeln är höjden inte korrekt utsatt. I elevarbetet beskrivs omkrets och area genom beräkningar av dessa för de tre trianglarna.

Resonemanget är enkelt, där det framkommer att alla tre trianglar har lika stor area. I elevarbetet saknas resonemang om omkretsen i de olika trianglarna och om relationen mellan omkrets och area.

I elevarbetet används och beskrivs de geometriska begreppen på ett **i huvudsak** fungerande sätt.

I elevarbetet förs **enkla** resonemang om hur geometriska begrepp relaterar till varandra.

Elevarbete 20

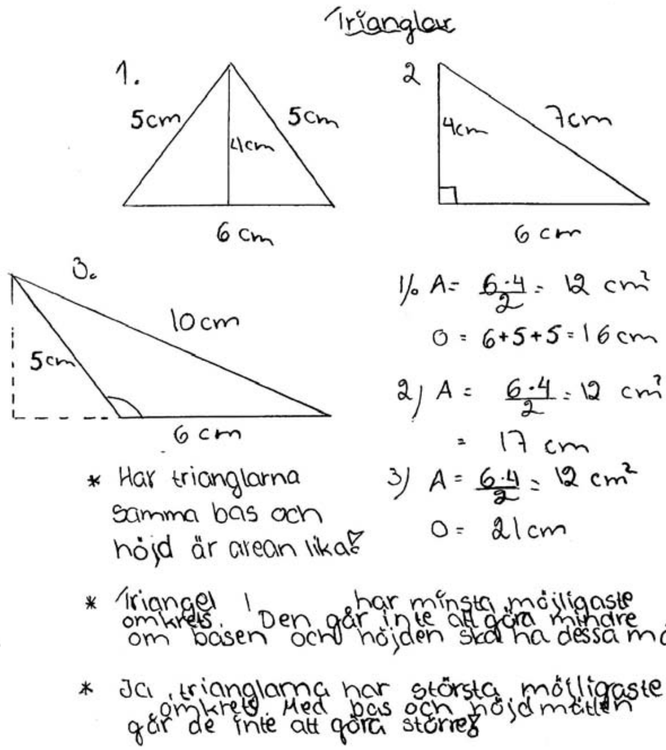


I elevarbetet används, tolkas och beskrivs begrepp på ett korrekt sätt genom att rätblocken har konstruerats med korrekta mått så att volymen blir 5 dm^3. I elevarbetet används endast en uttrycksform. De valda måtten stämmer, men det saknas redovisningar av volymberäkningar.

I elevarbetet används och beskrivs geometriska begrepp på ett **i huvudsak** fungerande sätt.

Använda och beskriva begrepp på ett *relativt väl* fungerande sätt samt föra *enkla* resonemang

Elevarbete 21



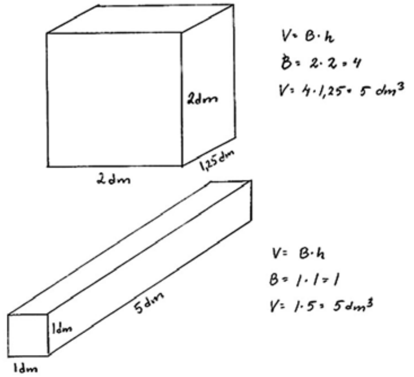
I arbetet visar eleven kunnande om flera olika geometriska begrepp genom att använd dem. De tre typerna av trianglar har angivna mått och höjderna är korrekt utsatta. De tre typerna av trianglar beskrivs i bild samt genom de beräkningar av omkrets och area som är genomförda för de trianglar som förekommer i uppgiften. I arbetet tolkas och beskrivs relationen mellan area och omkrets i respektive triangel genom ett konstaterande att trianglar med lika stor höjd och lika stor bas har lika stor area men olika stor omkrets. Uppgiften är av utredande karaktär och elevarbetet visar hög kvalitet genom att övervägande del av uppgiften utreds.

Resonemangen är enkla och berör endast de trianglar som finns i uppgiften. I elevarbetet konstateras, utan att beräkningar visas, att trianglar med samma bas och höjd har lika stor area och att den likbenta triangeln har den minsta möjliga omkretsen. I arbetet konstateras även att det finns en största möjliga omkrets, vilket inte är korrekt.

I elevarbetet används och beskrivs de geometriska begreppen på ett **relativt väl** fungerande sätt.

I elevarbetet förs **enkla** resonemang om hur geometriska begrepp relaterar till varandra.

Elevarbete 22

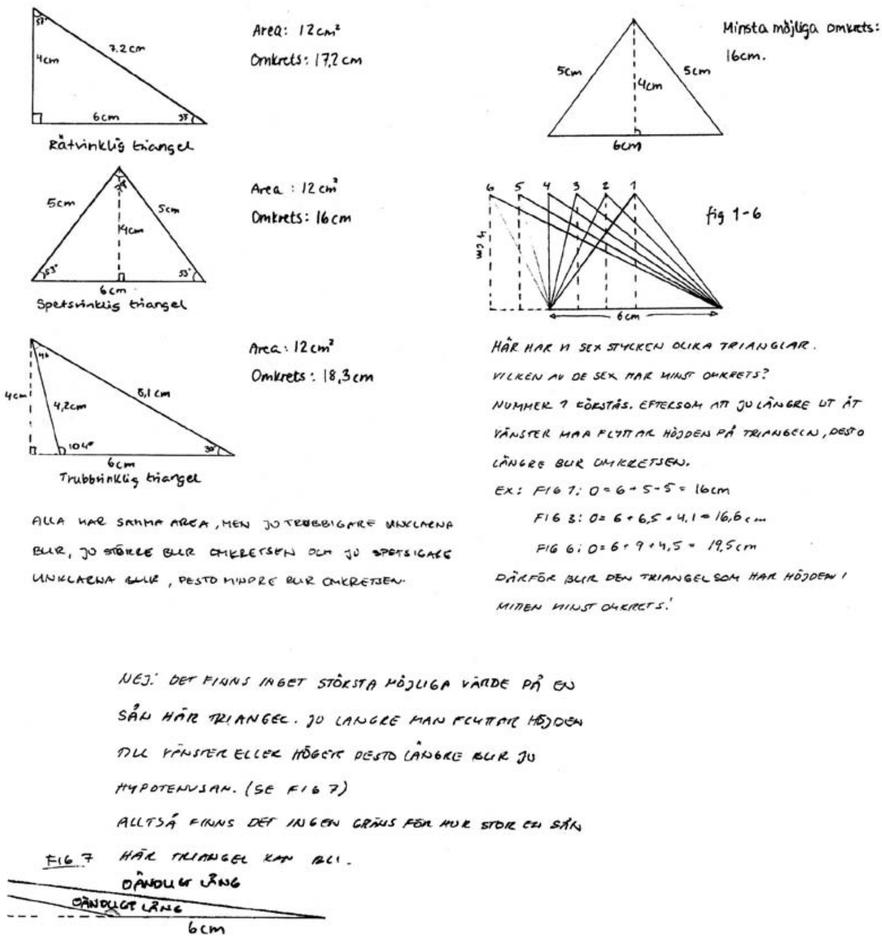


I arbetet visar eleven ett kunnande i att använda, tolka och beskriva begrepp på ett korrekt sätt genom att rita rätblocken och visa dess volym genom beräkningar. Även sambandet mellan enheterna för sidornas längder och rätblockens volym redovisas.

I elevarbetet används och beskrivs geometriska begrepp på ett **relativt väl** fungerande sätt.

Elevarbete: använda och beskriva begrepp på ett *väl* fungerande sätt samt föra *välutvecklade* resonemang

Elevarbete 23



I arbetet visar eleven ett kunnande om geometriska begrepp och relationer mellan begreppen genom att använda, tolka och beskriva dessa på ett korrekt sätt. De tre typerna av trianglar har angivna mått och höjderna är korrekt utsatta. Även relationen mellan area och omkrets i respektive triangel tolkas och beskrivs. Detta görs genom att visa att det finns ett samband mellan en triangels omkrets och dess vinklar samt att trianglar med lika stor höjd och lika stor bas har lika stor area men olika stor omkrets. Uppgiften är av utredande karaktär och elevarbetet visar hög kvalitet genom att samtliga delar av uppgiften utreds.

Generella resonemang förs om begrepp och relationer mellan begrepp genom att vinkel, area och omkrets samt deras relationer undersöks och slutsatserna motiveras med systematiska och utförliga undersökningar. I elevuppgiften benämns triangelns längsta sida som hypotenusan, vilket inte är korrekt.

I elevarbetet används och beskrivs de geometriska begreppen på ett **väl** fungerande sätt.

I elevarbetet förs **välutvecklade** resonemang om hur geometriska begrepp relaterar till varandra.

ATT VÄLJA OCH ANVÄNDA METODER

Inledningsvis presenteras den förmåga och den del av kunskapskraven som bedömningarna har utgått ifrån samt ett resonemang om relationen mellan förmågan och det centrala innehållet. Därefter görs en analys av olika bedömningsaspekter på de olika förmågorna och värdeorden. Vilka aspekter finns i *förmågan att välja och använda metoder*? Vad innebär det att välja och använda **ändamålsenliga** matematiska metoder jämfört med att välja och använda **ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder?

Den del av kunskapskraven som kommenteras utgår från *förmågan att välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter:*

*Kunskapskrav för **betyget E** i slutet av årskurs 9*	*Kunskapskrav för **betyget C** i slutet av årskurs 9*	*Kunskapskrav för **betyget A** i slutet av årskurs 9*
Eleven kan välja och använda **i huvudsak fungerande** matematiska metoder med **viss** anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **tillfredsställande** resultat.	Eleven kan välja och använda **ändamålsenliga** matematiska metoder med **relativt god** anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **gott** resultat.	Eleven kan välja och använda **ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder med **god** anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **mycket gott** resultat.

I det centrala innehållets alla kunskapsområden ingår olika *metoder.* Eleverna behöver utveckla förtrogenhet med metoderna samt en förståelse för när de ska användas. Det centrala innehållet avgör vilka metoder som undervisningen behandlar, och i det finns en progression från årskurs 1 till och med årskurs 9. Progressionen gäller repertoaren och användandet av metoder – från ett begränsat talområde (centralt innehåll, årskurs 1–3) till ett utökat talområde (centralt innehåll, årskurs 7–9). På samma sätt rör man sig från enkla metoder i årskurs 1–3 till mer sammansatta metoder i årskurs 7–9 inom matematikens alla områden. Progressionen innebär bland annat en stigande komplexitet.

När elever arbetar med uppgifter i matematik använder de ofta flera metoder från olika delar av det centrala innehållet. De elevarbeten som kommenteras i detta material relaterar främst till metoder inom områdena aritmetik och algebra.

Bedömningsaspekter

I arbetet med olika uppgifter kan eleven visa att hon eller han kan välja och använda en rad olika metoder. Det kan omfatta prövning, skapa tabeller och utföra beräkningar. Valet och användningen av metoder kan också omfatta valet av miniräknare, huvudräkning eller skriftlig metod för att utföra beräkningar. Det kan även handla om att välja och använda en lämplig skriftlig beräkningsmetod. Metodvalet och genomförandet kan ha olika kvalitet, där omständliga men i huvudsak fungerande metoder kan leda till någon felräkning.

När det gäller *förmågan att välja och använda lämpliga matematiska metoder*, kan bedömningen av elevarbeten utgå ifrån:

Hur metoden genomförs

En högre kvalitet vid genomförandet av en vald metod innebär att eleven är säker på användandet och fullföljer den valda metoden korrekt. I elevarbetena har inte denna aspekt uppmärksammats. De valda elevarbetena omfattar i de flesta fall korrekt genomförda metoder.

Hur väl metoden är anpassad till uppgiften, situationen eller sammanhanget

En annan aspekt av att välja och använda lämplig metod är hur väl metoden är anpassad till uppgiften. En metod med högre kvalitet är bättre anpassad till exempelvis talområdet eller till de ingående talen i uppgiften. Att välja en anpassad metod med högre kvalitet innebär att eleven väljer en metod som ger den noggrannhet som krävs vid beräkningarna. Anpassning kan också handla om att motivera metodvalet i situationen eller att anpassa metoden till sammanhanget.

Hur utvecklingsbar den valda metoden är

En högre kvalitet i att välja och använda metod innebär att metoden är utvecklingsbar, exempelvis användbar i ett utökat talområde, och att metoden inte är omständlig vid användningen. Att välja och använda en metod som prövning, kräver en tolkning av resultaten för att prövningen ska bli systematisk och därmed utvecklingsbar.

Hur generell metoden är

Att välja och använda metod med en högre kvalitet innebär också att kunna generalisera och tillämpa lämpliga metoder i nya sammanhang. Progressionen handlar om att gå från en specifik metod som att skapa en enkel tabell till att göra en systematisk tabell, söka mönster eller att kunna generalisera och utnyttja olika samband vid beräkningar. En högre kvalitet innebär att metoden är generaliserbar, vilket kan omfatta både generella aritmetiska och algebraiska metoder.

ELEVARBETEN MED KOMMENTARER

För att beskriva värdeorden **i huvudsak fungerande**, **ändamålsenliga** samt **ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder presenteras två uppgifter och sju kommenterade elevarbeten. Utgångspunkterna för elevarbetena är följande uppgifter.

Uppgift Dompe och Urapola

Byn Dompe har 2 500 invånare och antalet invånare ökar med 125 personer per år. Byn Urapola har 5 300 invånare och antalet invånare minskar med 75 personer per år. Efter hur många år kommer båda byarna att ha samma antal invånare? Redovisa dina resonemang och beräkningar.

Uppgift Mobiltelefon

Sara ska ringa hem till Sverige med sin mobiltelefon. Hennes kostnad för samtalet kan bestämmas med formeln: $K = 9{,}95 + 1{,}6x$ där K är kostnaden i kronor och x är samtalstiden i minuter. Hur länge kan hon prata för 20 kronor?

Genom sitt arbete har eleven möjlighet att visa med vilken kvalitet hon eller han väljer och använder metod utifrån aspekterna

- hur väl metoden är anpassad till uppgiften
- hur utvecklingsbar den valda metoden är
- hur generell metoden är.

Välja och använda *i huvudsak fungerande* matematiska metoder

Elevarbete 24

Efter 14 år. Jag tog 2 miniräknare
på den ena slog jag in 2500+125 och på
den andra slog jag in 5300-75. Sen
började jag slå på bägge = likamed för
att få se resultaten och efter 14 gånger
krockade dom.

Elevarbete 25

Dompe 2500 1 år 2500 + 125 = 2625
2 år 2625 + 125 = 2750
3 år 2750 + 125 = 2875
4 år 2875 + 125 = 3000
5 år 3000 + 125 = 3125
6 år 3125 + 125 = 3250
7 år 3250 + 125 = 3375
8 år 3375 + 125 = 3500

Urapola 5300 1 år 5300 - 75 = 5225
2 år 5225 - 75 = 5150
3 år 5150 - 75 = 5015
4 år 5015 - 75 = 5000
5 år 5000 - 75 = 4925
6 år 4925 - 75 = 4850
7 år 4850 - 75 = 4775
8 år 4775 - 75 = 4700
9 år 4700 - 75 = 4625
10 år 4625 - 75 = 4550
11 år 4550 - 75 = 4475
12 år 4475 - 75 = 4400
13 år 4400 - 75 = 4325
14 år 4325 - 75 = 4250

Dompe 9 år 3500 + 125 = 3625
10 år 3625 + 125 = 3750
11 år 3750 + 125 = 3875
12 år 3875 + 125 = 4000
13 år 4000 + 125 = 4125
14 år 4125 + 125 = 4250

Svar: Efter 14 år

I elevarbete 25 undersöks förändringen för varje år och i elevarbete 24 görs detsamma med hjälp av miniräknare. Metoderna är anpassade till uppgiften och fungerar eftersom antalet år är relativt begränsat. Båda metoderna är däremot omständliga, vilket gör att det finns risk att göra räknefel. Metoderna är användbara i ett begränsat talområde och kan inte anses som utvecklingsbara.

I elevarbetena väljs och används **i huvudsak fungerande** metoder.

Elevarbete 26

Hon kan prata i 6 min

$1{,}6 \cdot 6 = 9{,}6$

$9{,}6 + 9{,}95 = 19{,}55$

I uppgiften prövas om eleven kan tolka en formel och använda en metod för ekvationslösning. I elevarbetet används en metod, prövning, som kan fungera när de ingående talen är enkla eller om miniräknare används. Metoden är till viss del anpassad till uppgiften, till exempel har miniräknare valts. De ingående talen och den omständliga metoden kräver att miniräknare används. Genom att välja miniräknare blir prövningen enkel och närmevärdet blir godtagbart. Metoden är dock begränsad och tidskrävande.

I elevarbetet väljs och används en **i huvudsak fungerande** metod.

Välja och använda *ändamålsenliga* matematiska metoder

Elevarbete 27

$2500 + 125 \cdot 10 = 3750$

$5300 - 75 \cdot 10 = 4550$

Nu har det gått 10år. Fortfarande är samma by störst.

$2500 + 125 \cdot 15 = 4375$

$5300 - 75 \cdot 15 = 4175$

Nu har det gått för långt

$2500 + 125 \cdot 14 = 4250$

$5300 - 75 \cdot 14 = 4250$

Nu efter 14 år är det lika stor befolkning i byarna.

I elevarbetet görs en systematisk prövning med hjälp av några väl valda år. Metoden är väl anpassad till uppgiften. Metoden är till viss del utvecklingsbar, då den fungerar tillfredsställande även då antalet år är stort. Metodvalet kräver en tolkning av resultat för att prövningen ska bli systematisk och en risk finns att metoden kan bli omständlig.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig** metod.

Elevarbete 28

$K = 9{,}95 + 1{,}6x$

x = minuter

$20 - 9{,}95 = 10{,}05$

$\frac{10{,}05}{1{,}6} = 6{,}28125 \approx 6$

Svar: Sara kan prata i sin mobiltelefon i 6 minuter för 20 kr.

Med uppgiften prövas om eleverna kan tolka en formel och använda en metod för ekvationslösning. I elevarbetet löses uppgiften med en väl anpassad metod med noggrannhet som ger avrundningsmöjligheter till lämpligt värde. Uppgiftens formulering ger inte möjlighet att visa högsta kvalitet, det skulle kunna innebära att eleven själv får i uppgift att skapa en matematisk formel.

I elevarbetet väljs och används en **ändamålsenlig** metod.

Välja och använda *ändamålsenliga och effektiva* matematiska metoder

Elevarbete 29

Svar: Efter 14 år. För varje år kommer byarna 200 personer närmre varandra och totalt är det 2800 som skiljer

$$\begin{array}{l} 2500 + 125 \\ 5300 - 75 \\ \quad\quad 200 \end{array}$$

$$\frac{2800}{200} = 14$$

Alltså delar man det på 200 så får man fram hur många år det tar.

Elevarbete 30

Svar: 14 år kommer det ta.

Dompe Urapola

$$\begin{aligned} 2500 + 125x &= 5300 - 75x \\ 125x &= 2800 - 75x \\ 200x &= 2800 \\ x &= 14 \end{aligned}$$

Jag löste det med en ekvation där x var antal år. +125x är Dompes tillväxt och -75x är Urapolas avtagande. (detta är per år).

I elevarbetena 29 och 30 används olika generella metoder, en aritmetisk och en algebraisk. I det första elevarbetet görs en generell aritmetisk lösning där den totala differensen av invånarantalet beräknas och divideras med skillnaden i förändring per år. Den generella algebraiska lösningen i elevarbete 30 genomförs med användning av en ekvation som tecknas och löses.

Båda metoderna är väl anpassade till uppgiften. Metoderna är utvecklingsbara då de fungerar i ett utökat talområde. Både den algebraiska och aritmetiska metoden innebär att en struktur i uppgiften har utnyttjats.

I elevarbetena väljs och används **ändamålsenliga och effektiva** metoder.

5. Avslutningsord

Det här materialet har lyft fram hur lärare kan tolka och förstå kunskapskraven genom att analysera olika aspekter av dem. Detta är ett arbete som lärare utför både systematiskt och intuitivt när de gör bedömningar av elevers kunskaper.

Det kommer aldrig att vara möjligt att en gång för alla slå fast exakt vilka kunskaper eller prestationer som krävs för att motsvara ett specifikt värdeord. Vad innebär det egentligen att välja och använda **ändamålsenliga** matematiska metoder? Det skulle kräva en beskrivning av alla upptänkliga situationer som kan uppstå, och likaså en beskrivning av alla möjliga elevprestationer för att entydigt kunna besvara den frågan.

Vad man däremot kan göra är att försöka ringa in vilka bedömningsaspekter som man kan utgå från i bedömningen. I detta arbete är samtal kollegor emellan centralt. När lärare gör systematiska analyser av kunskapskraven och därefter diskuterar dem inom professionen blir det möjligt att utveckla en större samsyn och ett gemensamt språk för att beskriva kunskapsnivåer och prestationer.

Det är inte ett arbete som kan utföras centralt för att därefter överlämnas till de verksamma lärarna. Skolverket utfärdar kunskapskraven och erbjuder därefter olika slags stöd för att arbeta vidare med dem. Men det är lärarna som gör bedömningarna i praktiken. Deras kunskap om styrdokumenten, eleverna och om undervisningens faktiska innehåll är det som ytterst kan göra bedömningen säker och rättvis.

Skolverket

Skolverket

www.skolverket.se

ISBN: 978-91-87115-68-4