



Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002

Lusten att lära – med fokus på matematik

Skolverket

Nationella kvalitetsgranskningar 2001–2002

Lusten att lära

– med fokus på matematik

Skolverkets rapport 221

Sammanfattning

I rapporten redovisas nationell kvalitetsgranskning av lusten att lära med särskilt fokus på matematik, i förskola, förskoleklass, grundskola, gymnasieskola och vuxenutbildning hos 40 kommuner och ett utbildningsförbund samt 16 fristående skolhuvudmän. Granskningen har genomförts åren 2001–2002 på uppdrag av Skolverkets kvalitetsgranskningsnämnd.

Sökord

Kvalitetsgranskning Utbildningsinspektör Mål- och resultatstyrning Lust att lära Matematik

Beställningsadress:
Fritzes kundservice
106 47 Stockholm
Tel: 08-690 95 76
Fax: 08-690 95 50
E-post: skolverket@fritzes.se
www.skolverket.se
Beställningsnr: 02:757

Skolverkets dnr 75-2001:113
ISSN 1103-2421
ISRN SKOLV-R—221—SE

Tryck: db grafiska, Örebro, 2003

Förord

Följande rapport är en av tre redovisningar av nationella kvalitetsgranskningar som genomförts under åren 2001 och 2002: lust att lära, särskilt i matematik, i förskola, förskoleklass, grundskola, gymnasieskola och vuxenutbildning.

Skolverkets enhet för kvalitetsgranskning har ansvarat för planering, genomförande och redovisning. Granskningsarbetet har utförts av dels enhetens fasta personal, dels särskilt rekryterade statliga utbildningsinspektörer.

Projektledare och huvudförfattare till den föreliggande, sammanfattande rapporten har varit Ulla Lindqvist. Lillemor Emanuelsson, Jan-Olof Lindström och Irene Rönnberg har medverkat i författandet av rapporten. Som utbildningsinspektörer vid granskningen av lusten att lära har tjänstgjort: Hans-Uno Bengtsson, Lillemor Emanuelsson, Joanna Giota, Gunilla Granath, Lars Gustafsson, Rolf Hedrén, Ingvill M. Holden, Günther Hähnert, Sara Knöfel, Birgitta Kullberg, Ulla Lindqvist, Jan-Olof Lindström, Johan Lithner, Gunilla Olsson, Elisabeth Rystedt, Irene Rönnberg, Görel Sterner, Britt-Inger Stoltz, Aina Tullberg, Christer Wikfeldt och Bengt Åhlander.

Underlag utgörs av rapporter till 41 kommunala huvudmän och 16 huvudmän för fristående skolor. Resultat av en enkätundersökning till elever och lärare har utarbetats och analyserats av Rolf Lander tillsammans med Joanna Giota, som också lämnat textunderlag till denna rapport.

Stockholm i januari 2003

Gunilla Olsson
Enhetschef

Ulla Lindqvist
Undervisningsråd

Innehåll

Förord	3
Innehåll	5
Inledning	7
Begreppen "lust" och "motivation"	8
Tre teorier om lärande	9
Vad är matematik	10
Nationella mål för matematik	11
Undervisningsmiljöer	14
Undervisning som utmanar	14
De vanligaste miljöerna	15
Förskolan	15
Förskoleklassen och grundskolan	16
Grundskolans senare år	19
Gymnasieskolan och vuxenutbildningen	22
Sammanfattning	23
Faktorer som främjar lusten att lära	26
Behovet av att förstå	26
God självförtroende – bra för lärandet	27
Behovet av begriplighet i skolarbetet	29
Behovet av en varierad undervisning	30
Kommunikation mot bakgrund av elevernas tankar	30
Delaktighet och påverkan – en framgångsfaktor	31
Behovet av varierad återkoppling	33
God arbetsmiljö innebär tid och arbetsro	34
Lärares betydelse är avgörande	34
Pedagogik och organisation	37
Undervisning eller handledning – mer än retorik	37
Läromedel på gott och ont	39
Helhet och sammanhang i undervisningen	40
Nivågruppering – en vanlig åtgärd	42
Behovet av extra stöd	43
Språk och matematik – ett tydligt samband	44
Krav på resultat och förändrad undervisningspraktik	45
Lokalt förbättringsarbete	48
Kompetensutveckling och skolutveckling	49
Utvecklingsarbete	50
Kan vi lära av andra länder?	52
Sammanfattning	54
Förslag till åtgärder	57

Inledning

Under år 2001-2002 har en kvalitetsgranskning genomförts med avseende på hur lusten att lära väcks och hålls vid liv i förskolor, skolor och vuxenutbildning. Granskningen som genomförts av en grupp utbildningsinspektörer, har gällt vilka faktorer som påverkar lusten att lära positivt och negativt, sett i ett livslångt perspektiv samt vad förskolor, skolor och utbildningsanordnare gör för att väcka och stödja lusten att lära. Granskningen ska också belysa eventuella samband mellan den upplevda kvaliteten i detta avseende och resultaten.

De många faktorer som påverkar lusten att lära betraktas som instrument för skolornas ansträngningar. Eftersom lusten att lära för den enskilda individen i hög grad är beroende av inom vilket kunskapsområde som lärandet sker, har granskningen koncentrerats till ett av skolans ämnen, nämligen matematik då det är ett ämne som har betydelse för många livsområden. Granskningen har tagit fasta på dels ett barn- och elevperspektiv, dels ett skolperspektiv. I åiterrapporteringen till de aktuella 41 kommunala och 16 fristående huvudmän som ingått i granskningen har, förutom variationer i lusten att lära mellan olika grupper av elever, även kommunernas och de enskilda verksamheternas ansträngningar för att skapa förutsättningar för ett lustfyllt lärande lyfts fram. Förskolebarnens lek med siffror och tal, och deras möten med matematik i vidare mening har fokuserats. De äldre elevernas och studerandes förhållande till lärande i matematik har relaterats till deras lust att lära.

Granskningen har utgått från nationella mål i läroplaner¹ och kursplaner, från forskning om lärande och motivation samt beprövad erfarenhet. Information har hämtats från intervjuer och observationer i verksamheten, relevant dokumentation från kommuner och skolor och en enkätundersökning som utformats i samarbete med Göteborgs universitet. (För närmare beskrivning av genomförandet, se bilaga.) I en kommun ombads elever i förskoleklassen och år 1-3 att i egna ritade och målade bilder berätta när i lärandet de kände lust eller olust. På detta sätt kunde man få tag i barns verkliga erfärande av innebörder i lusten att lära².

Ett dilemma som blev uppenbart under granskningens gång var att på

¹ Läroplan för förskolan (Lpfö 98), Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet (Lpo94), Läroplan för de frivilliga skolformerna (Lpf94)

² Kullberg, B. (2002). Lust att lära – granskning med etnografisk ansats. Skolverket. Se äv. dnr 2001:2551

ett tydligt sätt hålla isär själva objektet för vår granskning, nämligen lusten att lära, och matematikundervisningens specifika problem, så som de kommer till uttryck i skolans verksamhet. De två spåren tenderar att delvis sammanfalla. Resonemangen förs dock såväl i generella termer, giltiga för all verksamhet i skolan, som specifikt om matematik.

Begreppen ”lust” och ”motivation”

Att på något entydigt sätt definiera ett begrepp som elevers ”lust att lära” låter sig inte enkelt göras. De ansvariga utbildningsinspektörerna har försökt fånga begreppet ”lust” via forskning och beprövad erfarenhet. När barn, ungdomar och vuxna har blivit ombedda att beskriva ett tillfälle då de verkligen känt lust att lära, har många berättat om tillfällena då både kropp och själ har engagerats. Andra har talat om aha-upplevelser, då de har förstått ett samband eller äntligen begripit ett matematikproblem. Gemensamt för alla är att de både har känt och tänkt. Lusten beskrivs som en nästan sinnlig glädje som involverar hela individens utveckling, både emotionellt, intellektuellt och socialt. Elever i alla skolår framhåller praktiska och estetiska ämnen så snart det handlar om lust i lärandet. I upplevelsen av lust finns nyfikenhet parad med fantasi, upptäckariver och glädje. Den kan vara en individuell upplevelse men också handla om ”den kollektiva flygtur” man kan få vara med om i ett klassrum när allt stämmer och individerna i gruppen skapar kunskap tillsammans. Det sistnämnda perspektivet står dock mer sällan i centrum för den dagsaktuella diskussionen. Forskare talar om ”flow”, ett tillstånd då man blir absorberad av det man gör. Man presterar sitt allra bästa utan att tänka på om man lyckas eller misslyckas och utan att snegla på yttre belöningar. En studie³ visar att elever som uppnår flow när de studerar klarar sig bättre i skolan oavsett vad eventuella psykologiska test säger om deras förutsättningar.

Forskare är mer överens om vad lust att lära innefattar än hur begreppet ”motivation” ska definieras. Inom internationellt väletablerad forskning talas det om motivation som strävan mot ett personligt mål, en riktning mot något som känns angeläget för den enskildes liv och utveckling nu och i framtiden.⁴ Det används också som ett begrepp för egenskaper som har med studieintresse, ambition och engagemang i skolarbetet att göra⁵. En del motivationsforskare skiljer mellan inre och yttre motivation och mellan lärandemål och prestationsmål och definierar motivation som en kognitiv (lärande) process. Begreppet är komplext eller fler-

³ Csikszentmihályi, M. (1990). Att uppleva ”flow”. I Maj Ödman (red.): Om kreativitet och flow. Stockholm: Brombergs förlag AB.

⁴ Börjesson (SOU 2000:19). Se även Sanderöth I. (2002). Om lust att lära i skolan: en analys av dokument och klass 8 y. Avhandling. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

⁵ SOU 1974:53

dimensionellt och man måste ta hänsyn till såväl kognitiva processer (lärandet och kognitiva mål) som till elevernas känslor och sociala kompetens, men också till de sammanhang och kulturella förhållanden som eleverna lever i.⁶

Den definition av begreppet lust att lära som inspektörgruppen gemensamt formulerat och haft som ett stöd i granskningen har varit att *den lärande har en inre positiv drivkraft och känner tillit till sin förmåga att på egen hand och tillsammans med andra söka och forma ny kunskap.*

Tre teorier om lärande

De nationella läroplanerna⁷ har påverkats av olika teorier om lärande som här presenteras kort.⁸ I *socialkonstruktivistisk teori* betraktas kunskap som något som växer och utvecklas i möten mellan den som lär och den som undervisar. Kunskap kan inte, enligt detta synsätt, på något enkelt sätt förmedlas utan var och en betraktas som sin egen resurs i lärandet. Den som undervisar kan skapa förutsättningar för lärande. Att utgå från konstruktivistisk teori i den nationella granskningen innebär att *engagemang, aktivt deltagande* i lärandesituationer, *intensitet* och *iver* hos barn, unga och vuxenstudierande kan betraktas som uttryck för lusten att lära.

Metakognitiv teori, där också *kognitiv teori* ingår, handlar om de tankefunktioner med vars hjälp vi hanterar information. Yngre elever lär sig genom att först göra, sedan veta och slutligen förstå vad och hur de har lärt.⁹ Därmed kan vi också förstå barnens och de yngre elevernas lust att lära i sina konkreta handlingar och glädjen över att kunna klara av dem. Metakognition handlar om att bli medveten om sitt eget och andras lärande, att *styra* och *värdera* sitt lärande och den kunskap som det leder till, förstå *vad* man har lärt sig och *varför*. Man kan *förhålla* sig till mål och riktlinjer. Att använda kognitiv och metakognitiv teori i granskningen innebär att observera elevers träning i att *problematisera*, *ifrågasätta* och *kritiskt* och konstruktivt granska skilda förhållanden och arbeta med *problemlösningar* av skilda slag. *Dialoger* och *diskussioner* förekommer. Uttryck för lusten att lära kan i detta avseende vara *avslutade* och *lyckade* diskussioner samt dialoger med *flera stämmor*, inte bara lärarens och en elevs utan fleras. Andra uttryck är slutförda arbeten där elever kan beskriva utgångspunkt, lärandeprocess och kunskapsprodukt och samtala kring sådana arbeten.

⁶ Giota, J. (2001). Adolescents' Perceptions of School and Reasons for Learning. Avhandling om motivation. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

⁷ Läroplan för förskolan (Lpfö98), Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet (Lpo94) och Läroplan för de frivilliga skolformerna (Lpf94)

⁸ Sammanfattningen utgår från Kullberg, B. (2002). Lust att lära – granskning med etnografisk ansats. Skolverket. Se även SOU 1992:94

⁹ Pramling-Samuelsson (1983). The child's conception of learning. Avhandling. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Den tredje teorin om lärande, *symbolisk interaktionism*, talar om de lärandes samspel med hjälp av symbolspråk. Att använda symbolisk interaktionism i granskningen innebär att ta fasta på situationer i undervisningen där *olika språkliga uttryck* används, som tal-, skrift-, bild- och kroppsspråk. För att elever ska få möjlighet att känna lust för lärande och en känsla av att lyckas är det intressant att se hur dessa språk kommer till uttryck inom olika kommunikationssystem, i *konst, drama, musik, rörelser, spel och lekar*. Förhållanden i undervisningen som är förankrade i elevers erfarenheter och uppfattningar av sammanhang utanför skolan är också av intresse. Om villkoren för lärandet ska bli optimala och bidra till varje enskild elevs utveckling behöver utbildningen innehålla *begripliga undervisningssituationer* och både skriftlig och muntlig kommunikation liksom fackbegrepp, ord, uttryck och formuleringar av utbildningsmässig karaktär. Det måste finnas en arena för dialog och social interaktion.

Vad är matematik?

Matematik har en mer än femtusenårig historia och är idag en problemlösande verksamhet i ständigt utveckling. Begrepp, metoder och modeller från matematik används i såväl vardags- och yrkesliv som i samhällelig och vetenskaplig verksamhet. Matematikkunnande skall bidra till självförtroende, kompetens och reella möjligheter att påverka och delta i vårt samhälle. Det är en demokratisk rättighet att få möjlighet att förstå och att kunna delta i beslutsprocesser som gäller landets och kommunens ekonomi eller miljö. Alla elever skall ha möjlighet att skaffa sig matematik-kunskaper. De behöver dem för att lösa vardagsproblem, kunna förstå och granska information och reklam, kunna fungera i rollen som medborgare och värdera och kritiskt granska påståenden från t.ex. politiker, journalister och marknadsförare.

Matematikens betydelse som tankeinstrument och verktyg i samhälle och vardag, som grundvetenskap och tillämpad vetenskap, får som konsekvens att matematik är ett viktigt ämne för utbildning. Det är känt sedan länge att många har positiva erfarenheter och kan berätta om hur studier i matematik ger rum för upplevelser av överblick, klarhet, mönster och skönhet. Det ger lust att undersöka och upptäcka mer. Ämnet blir utmanande och stimulerande. Alltför många har tyvärr negativa erfarenheter av matematik som upplevs som meningslös och svår att förstå. Hos en del leder det till känslor av misslyckande, avståndstagande och till och med ångest. Många bär med sig dessa känslor in i vuxenlivet, vilket kan skapa dåligt självförtroende. Vuxna med sådana negativa erfarenheter av matematik överför dem lätt till nästa generation. Detta visar på behovet av att också se matematik som ett orienterande och bildande ämne. Vi

behöver kunskaper *om* matematik och inte bara *i* matematik med tanke på det livslånga lärandet och allas möjlighet att vara aktiva medborgare.

Kunnande i och om matematik för alla är alltså mer än någonsin väl-motiverat, både ur samhällets perspektiv och ur den enskilde medborgarens. Matematikutbildning skall idag lägga grunden för privat- och yrkesliv, för vidare studier och livslångt lärande. Av tradition har matematikstudierna varit starkt inriktade på att utveckla färdigheter – att t.ex. utföra beräkningar, förenkla algebraiska uttryck och lösa ekvationer. Undan för undan har vi höjt förväntningarna och skjutit fokus mot kunnande kring t.ex. tillämpning, kommunikation och problemlösningsförmåga i våra matematikkurser. Det gäller också kunnande om matematikens bärande idéer samt om matematikens betydelse och roll i samhälls- och kulturliv.

Nationella mål för matematik

I läroplanerna för förskolan (Lpfö 98), grundskolan (Lpo 94) och gymnasieskolan (Lpf 94) samt kursplanerna i matematik för grund- och gymnasieskolan år 2000 finns formulerade uppdrag till skolor och lärare i termer av mål, dels strävansmål som anger vad skolans arbete skall inriktas mot och dels uppnåendemål som anger vad eleverna minst skall ha uppnått när de lämnar skolan. Statligt fastställda ämnen och tillhörande kursplanemål är ett första urval av innehåll för skolans undervisning. Lärare har en nyckelroll genom att i sista hand bestämma innehåll och uppläggning av matematikundervisningen i skolan. Kursplanerna ger inga direkta anvisningar för hur undervisningen skall genomföras. Innehåll, arbetssätt och organisation är ett uppdrag till skolläda, lärare och elever.

I *förskolans* läroplan, som gäller för yngre barn än 6 år, anges vad gäller matematik att:

Förskolan skall sträva efter att varje barn utvecklar sin förmåga att upptäcka och använda matematik i meningsfulla sammanhang samt utvecklar sin förståelse för grundläggande egenskaper i begreppen tal, mätning och form samt sin förmåga att orientera sig i tid och rum.

I läroplanen för *grundskolan* sägs att:

- Skolan skall sträva efter att varje elev... lär sig att använda sina kunskaper som redskap för att
- formulera och pröva antaganden och lösa problem
 - reflektera över erfarenheter och
 - kritiskt granska och värdera påståenden och förhållanden

samt att

Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola... behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet

I grundskolans kursplan för matematik anges följande vad gäller *Matematikämnets syfte och roll*:

Grundskolan har till uppgift att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökade flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Matematiken är en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle. Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem...

För programmen på gymnasieskolan finns ämnes- och kursbeskrivningar samt betygskriterier för matematik som ger utgångspunkter i diskussionen om vad matematik är på gymnasieskolan. Det som sägs om ämnets syfte har generell giltighet och skulle kunna appliceras på flera ämnen. Med utgångspunkt i att eleven skall bredda och fördjupa de kunskaper eleven uppnått i grundskolan är utbildningens syfte:

- att ge kunskaper i matematik för studier inom vald studieinriktning och för fortsatta studier
- att ge eleverna förmåga att kommunicera med matematikens språk och symboler och
- att eleven skall kunna analysera, kritiskt bedöma och lösa problem för att självständigt ta ställning till frågor, som är viktiga både för dem själva och samhället, som t.ex. etiska frågor och miljöfrågor.

Den avslutande meningen uppmärksammar på ett unikt sätt, i jämförelse med andra kursplaner, känslor inför ämnet och har därför särskild relevans för den aktuella granskningen:

Utbildningen syftar även till att eleverna skall uppleva glädjen i att utveckla sin matematiska kreativitet och förmåga att lösa problem samt få erfara något av matematikens skönhet och logik.

Under *Mål att sträva mot* framträder, som ovan nämnts, det kunnande som skolan skall inrikta sig mot. Utbildningen syftar till att utveckla elev-

ers intresse för matematik och möjligheter att kommunicera och argumentera med matematikens språk och uttrycksformer med och utan användning av tekniska hjälpmedel. På motsvarande sätt beskrivs problemlösningsförmåga, dvs. att kunna tolka och formulera en problemsituation i matematiska termer och välja metod för att lösa problemet. Det innebär att elever bör kunna strukturera sitt tänkande och argumentera för sina idéer och lösningsförslag muntligt och skriftligt. Den ökade tilltron till den egna förmågan hos en elev som på detta sätt bearbetat, diskuterat och löst matematiska problem bör också leda till att eleven känner sig mer motiverad och kunnig att ta itu med problem i vidare mening i och utanför skolan. Förmågan att följa och redovisa ett matematiskt resonemang liksom förmågan att använda matematiska modeller är ytterligare två kompetenser som skall eftersträvas i undervisningen.

Undervisningsmiljöer

Under granskningen av Lusten att lära är det några iakttagelser som har blivit särskilt tydliga. Här kommer några sådana iakttagelser att kort redovisas. De kopplas enligt uppdraget till matematikundervisningen men är i huvudsak allmängiltiga och gäller även för andra ämnen och ämnesområden.

Ett bestämt intryck av granskningen är att det generellt sett på många skolor bedrivs mycket bra och intressant arbete som främjar elevers lust att lära och motivation. Utifrån de erfarenheter som granskningen har givit, går det emellertid inte att enkelt ange vilka specifika lärmiljöer som skapar lust eller olust, och kategoriskt säga att t.ex. det som i dagligt tal brukar kallas "individualisering" är "bra" eller "katederundervisning" automatiskt är "dåligt." Vi kan också se, vilket väl närmast är ett trivialt påpekande, att olika elever/elevgrupper liksom individer i olika åldrar har skilda behov och reagerar olika på likartade undervisningssituationer. Olika yttre strukturer och sätt att organisera undervisningen ger varierande möjligheter men *det finns knappast en modell som i sig garanterar hög kvalitet*. Granskningen indikerar att det i stället är en rad olika faktorer som inom de givna undervisningsstrukturerna och ramarna är det som är det viktiga och som skapar lust eller olust hos elever. Hur man bäst hjälper elever att få lust att lära och lära sig matematik eller något annat ämne, är alltså en betydligt mer komplicerad fråga än endast om vilken yttre undervisningsstruktur som är bäst. Det finns samtidigt signaler från inspektörerna om att undervisningen i andra ämnen än matematik är mer progressiv när det gäller att utveckla bredd och djup vad gäller innehåll och arbetsätt.

Undervisning som utmanar

De undervisningssituationer, där vi har mött många engagerade och intresserade elever som har givit uttryck för lust att lära har, i sammandrag, kännetecknats av att det finns utrymme för både känsla och tanke, upp-täckarglädje, engagemang och aktivitet hos både elever och lärare. Dessa undervisningssituationer har kännetecknats av variation i innehåll och arbetsformer. Eleverna har arbetat individuellt men också i olika grupp-konstellationer. Elever och lärare har gemensamt reflekterat och samtalat om olika sätt att tänka kring och lösa, i detta fall, matematiska uppgifter.

Relevanta frågor och kommentarer från eleverna har visat att de haft en vana att arbeta processinriktat, dvs. de har fått utveckla en förmåga att beskriva och reflektera kring matematiska lösningsprocesser och de har ofta arbetat med icke rutinmässiga lösningar. Det har funnits inslag av laborativt, undersökande arbets sätt. Eleverna har även haft möjlighet att visa och beskriva sina lösningar och hur de kommit fram till dem för sina kamrater och de har på olika sätt fått adekvat återkoppling på det de har gjort.

Det har i dessa undervisningssituationer varit tydligt att läraren har haft ett medvetet och genomtänkt agerande. *De har t.ex. lett eleverna mer med hjälp av dialog och frågor än med direkta ledtrådar eller styrande undervisning.* Läraren har också varit lyhörd för okonventionella elevlösningar som har varit nya också för läraren själv. En del elever i de tidigare åren har fått förståelse för ett matematiskt fenomen innan olika tekniker för lösning introducerats och de har arbetat med uppgifter som både har varit läroboksbaserade och sådana som har skapats utifrån barnens/elevernas vardag. Olika autentiska situationer har utnyttjats, delar av matematiken har kopplats samman med andra ämnesområden i skolan och/eller uppgifter har varit elevinitierade. Elever/elevgrupper har trots frustration inför en svår matematikuppgift inte givit upp utan har utgått ifrån att de är kapabla att lösa uppgiften eller att det åtminstone är mödan värt att försöka. Eleverna verkar ha haft tillräckligt med tid. Dessa miljöer svarar väl upp mot de nationella målen för matematikämnet, som indirekt uppmannar till förnyelse och experimenterande i undervisningen.

De vanligaste miljöerna

De mest dominerande bilderna från den verksamhets- och undervisningspraktik vi har mött under granskningen av skolsystemet från förskola till vuxenutbildning presenteras här. Bilderna varvas med inspektörernas reflektioner och kommentarer.

Förskolan

Det pedagogiska arbetet i förskolan har stärkts av en egen läroplan, Lpfö98. Verksamheten präglas av omsorg och trygghet. Barnens kreativitet och nyfikenhet får stort utrymme och de får ofta känna att de lyckas. Lärarna i förskolan *försöker spontant ta tillvara situationer och aktiviteter med anknytning till matematik* på ett ofta kreativt sätt och försöker möta barnens intresse för antal och siffror, i samband med lek, måltider och uteaktiviteter. De tar ”tillfället i flykten”. Däremot har de oftast inte någon medveten strategi för hur de kan stötta barnens utveckling och kunskapsutveckling i matematik. En vanlig uppfattning är att barn lär sig i alla situationer. Så är det naturligtvis men matematik behöver samtidigt synliggöras i

barnens livsvärld.¹⁰ Om matematik lyfts fram och benämns i den dagliga verksamheten lär sig barnen att det är en naturlig del av livet och inte bara något som skolbarnen arbetar med i ”matteboken”. De lärare i förskolan som har ett medvetet förhållningssätt till barnens lärande i matematik säger att det handlar om mycket mer än tal och siffror. Matematisk begreppsbyggnad tas exempelvis upp genom att man i den dagliga verksamheten ”räknar, klassificerar, benämner och mäter tillsammans med barnen”.

Forskare och praktiker betonar¹¹ att barnen i förskolan inte bör ägna sig åt formellt räknande som att arbeta med olika ”före-skolan-böcker”. Det bör i stället handla om att ”medvetna lärare skapar situationer, tar vara på upplevelser och aktiviteter som kan tematiseras och problematiseras och som barn kan reflektera över och laborera med.” Barnen får på så sätt erfarenhet av olika begrepp och de utvecklar sin matematiska förståelse genom att begreppen återkommer i många olika situationer. Genom att använda sig av matematik i sammanhang som är meningsfulla för barnen skapas nya utmaningar och barnen får på så sätt tilltro till sitt eget tänkande.

De granskade förskolorna har framför allt satsat på barnens språkutveckling medan lärandet i matematik inte har diskuterats på samma sätt. Med tanke på att ett väl utvecklat och nyanserat språk är en förutsättning för att också lära och förstå matematik är det naturligtvis viktigt att barnens språkutveckling uppmärksammas. Många lärare i förskolan har samtidigt uttryckt att de känner sig osäkra på hur de bäst ska stimulera barnens lust att lära matematik. De anser själva att de har stora behov av att fördjupa sina kunskaper i matematik och matematikdidaktik.

Förskoleklassen och grundskolan

För barnen i förskoleklassen och eleverna i de tidiga skolåren är målen och motiven för att lära sig och gå i förskoleklassen eller skolan okomplicerade. Skolarbetet tillmäts stor betydelse och målet är att gå i skolan för att lära sig ”räkna, läsa och skriva och träffa kompisar”. Det är bra att få lära sig olika saker och få visa föräldrarna vad man lärt sig. Barnens tilltro till läraren är mycket stark. Samtal om varför man går i skolan och varför matematik finns i skolan är återkommande teman.

Under åren i grundskolan skiftar undervisningspraktiken kraftigt och elevernas lust att lära förändras, oftast mycket påtagligt och särskilt i matematik. Det finns en märkbar kulturskillnad mellan de tidigare och senare skolåren i olika avseenden. Arbetet med lärandet i förskoleklassen

¹⁰ Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (1999). Förskolebarn i matematikens värld. Stockholm: Liber.

¹¹ Nämnaren Tema, Matematik från början (2000)

och tidiga skolår tar naturligt sin utgångspunkt i barnens och elevernas intressen och omvärld, samt i läroplanens övergripande mål. Man ser till hela barnet/eleven på ett sätt som vi inte har mött på samma uttalade sätt i grundskolans senare år och i gymnasieskolan. Ämnes- och kursmål dominerar där på bekostnad av övergripande läroplans- och, för gymnasieskolans del, programmål, som tenderar att bli sekundära. Det generella intrycket är att en helhetssyn på eleven som individ och på elevens totala situation som finns i utbildningen för de yngre barnen och eleverna, tycks vara svårare att upprätthålla senare.

Under de *tidigaste skolåren* är barnens/elevernas glädje och lust att lära fortfarande mycket levande. Lek, temaarbeten och språkstimulerande aktiviteter fyller skoldagarna. Innehållet är konkret och omväxlande och arbetssätt och läromedel varierande. Det tycks *i allmänhet finnas en medveten strategi hos lärarna i de tidiga skolåren att stödja ett lustfyllt lärande*. Eleverna får ofta aktivera alla sinnen även i matematik och får för det mesta omedelbar och tydlig återkoppling. Enstaka exempel har givits på att man både ritar, klappar och dansar matematik. Några lärare i grundskolans första år säger att matematik är det populäraste ämnet. Matematik är för de yngsta eleverna att räkna, ”plus, minus och gånger” och målet är att bli så bra som möjligt i räkning. Många lärare i de tidigare skolåren uttrycker dock att man känner en större ämnesmässig och didaktisk säkerhet i andra ämnen än matematik. Föräldrar gör i många fall sitt bästa för att bistå med läxor hemma men ibland ”blir det bara fel. Min pappa har så bråttom, han tror att jag är en åttaarmad bläckfisk som räknar hur fort som helst!” förklarar en åttaåring.

Samtidigt som majoriteten av de yngsta eleverna har en självklar lust att lära, säger sig lärarna ha märkt en påtaglig förändring med en ökande olust hos många barn. Lärare rannsakar sig själva och undrar om de ställer för höga krav för tidigt och om undervisningen blir alltför teoretisk. De betonar de praktiskt-estetiska ämnenas betydelse och är oroade över att ”halva människan liksom lusten går förlorad när man minskar på slöjd, bild och idrott! Hjärnan är gjord så att man ska befästa saker och ting praktiskt.” Många av barnen är överstimulerade, de ”är fullmatade, har aldrig tråkigt, sappar mellan kanalerna och behöver aldrig vänta på något”, enligt några lärare i förskoleklassen och år 1-2.

År 5 tycks vara något av en gyllene tid för många elever. De är i allmänhet mycket positiva till skolan och har stor tilltro till sin förmåga. Det mesta känns angeläget och ”nästan allt är kul!” Kunskapsarbetet håller sig fortfarande på en relativt konkret nivå och de elever som har varit särskilt nöjda har kunnat se en koppling mellan kunskaperna i skolan och deras värde utanför. Dessa elevers lärare ”gör det kul” och ger tydlig respons,

samtidigt som samspelet mellan lärare och elev genererar positiv energi och en känsla av att vara uppmärksammad. Kort sagt: "Det är roligt bara för att det är roligt!" och "Det känns i hela kroppen att man har lärt sig något nytt!" Men "man måste också tycka det är roligt för då är det lättare att förstå", förklarar en elev. Några elever upplever att matematik kommer till användning i andra sammanhang i skolan som i geografi, hemkunskap eller något projekt och de får arbeta på olika sätt. I matematik händer det att de får "hitta på nya sätt att räkna och klura till det" men känner också att de får lära sig hur man kan tänka. Hos en del av eleverna finns alltså en självklar lust för matematik och man tycker att "matte är kul!"

Resultaten från den enkätstudie som genomförts i anslutning till granskningen styrker bilden. Den största andelen elever med god tillit till sin förmåga i matematik finns i grundskolans år 5. Dessa elever har lika hög tilltro till sin förmåga generellt i skolarbetet. Cirka 70 procent är positiva i båda fallen. Det är bara i denna grupp som prestationstilliten i skolarbetet i allmänhet och i matematik är lika hög. I andra elevgrupper ligger matematiken lägre, i synnerhet i gymnasieskolan där det är nära 30 procents skillnad på prestationstilliten i allmänhet och i matematik. Gymnasieelevernas prestationstillit varierar med program. Enkäten riktades till elever i BF-, EC-, ES-, OP-, NV- och SP-programmen. NV-eleverna och SP-eleverna är de enda vars allmänna prestationstillit kommer i nivå med elevernas i år 5, på övriga program ligger den något lägre, 50-60 procent. I matematik är det enbart NV-programmet som har en majoritet elever med god prestationstillit (60 procent, övriga 30-40 procent).

Hos en del elever i år 5 kan man dock märka att inställningen till just matematikämnet har börjat bli mer problematisk. Dessa elever betraktar matematik som det tråkigaste ämnet och bland de mest negativa hör elever som har lätt för matematik. Det är för lite utmaningar och för mycket upprepningar, tycker de.

Bilden från de tidiga skolåren är alltså inte entydig. *Det är vanligt att de friare arbetssätten under de tidigaste skolåren relativt snart övergår till ett mer formaliserat lärande framför allt i matematik, på många håll redan i år 3 men inspektörerna har även mött det i förskoleklassen.* Läroboken ges av många lärare tidigt en central roll i matematik. För en del lärare, och följaktligen också för deras elever, har det inneburit en positiv utveckling av matematikundervisningen men det handlar i hög grad om hur boken används. Forskare i matematik¹² menar t.ex. att det är ett kritiskt skede för

¹² Carpenter, T., Moser, J., & Romberg, T. (1982). Addition and subtraction, a cognitive perspective. Hillsdale, NJ. Lawrence Erlbaum.

matematikinläring om barn för tidigt överger sina informella, personliga lösningsstrategier för att möta en formaliserad, mer generell skolmatematik, och om det görs en alltför stark betoning på räkning innan barnen möter matematikens idéer. Granskningen har visat tydliga sådana tendenser i de granskade skolorna, liksom att färdighet går före förståelse. Arbetet handlar i hög grad om att ”räkna så många tal som möjligt”, ofta på egen hand med lärobokens diagnosmaterial/facit som hjälp. Detta ska betraktas mot bakgrund av att såväl forskning som erfarenhet visar att barns första möte med matematik är betydelsefull för synen på både matematik och matematikundervisning i den fortsatta skolgången. Barns kunnande men också deras syn på och attityder till matematik grundläggs under tiden före och vid skolstarten.¹³

Många lärare och skolledare konstaterar att så gott som alla barn i de tidigaste skolåren har lust att lära men att många elever förlorar den under åren i grundskolan. Vad gäller matematik märks relativt tidigt skillnader mellan elever som inte lyckas förstå matematik och de som upplever spännande utmaningar när uppgifterna blir svårare. Det verkar framför allt vara omkring skolår 4-5 som dessa skillnader blir tydliga och de förstärks under resten av skoltiden. Skiljelinjen går mellan dem som har lätt för matematik och de som inte har det. En del tycker att de får göra det de redan kan och skulle vilja ha större utmaningar och mer omväxling. Många efterlyser begriplighet och relevans. Lusten att lära matematik hänger samman med om de förstår. Matematik är det kritiska filter som en del matematikdidaktiker talar om.¹⁴ Skillnaderna tycks delvis ha att göra med att den individuella förmågan att gå från det konkreta sammanhanget till en allt högre abstraktionsnivå varierar kraftigt vid en och samma ålder. Skillnaderna förefaller ha samband med den undervisningskultur och tradition som är förhärskande. Med lämpligt anpassad pedagogik kan denna förmåga påverkas och utvecklas. Undervisningen individualiseras dock sällan i detta avseende, såvida inte eleven får hjälp av speciallärare att konkretisera och visualisera begrepp. Det tycks även vara så att många elever alltför tidigt måste arbeta med matematik utan hjälp av andra representationsformer än text och talat språk, trots att de har behov av en mer konkret undervisning.

Grundskolans senare år

Inspektörernas intervjuer och observationer i klassrumspraktik visar att

¹³ Se även Reuterberg, S-E. & Svensson, A. (2000). Kön- och socialgruppskillnader i matematik. Orsaker och konsekvenser. IPD-rapport nr 2000:20. Göteborgs universitet.

¹⁴ Emanuelsson, G. & Johansson, B. (1997). Matematik – det kritiska filtret. Pedagogiska magasinet, nr 2, 1997. Tema: I matematikens värld.

det är en modell som dominerar undervisningen i matematik. Tydligast är detta i år 7-9 och gymnasieskolan där det är svårt att hitta exempel på andra arbetsformer, men den är också vanlig i år 5. *Modellen utgörs av genomgång ibland, enskilt arbete i boken och diagnos, alternativt prov. Läraren går runt och hjälper eleverna individuellt.* Planerat elevsamarbete är relativt ovanligt, gemensamma samtal mellan lärare och elever kring matematiska problem och tänkbara lösningsstrategier eller laborationer i matematik likaså. Det är en undervisningsform som innehåller få inslag av variation vad gäller såväl innehåll som arbetssätt.

I grundskolans senare år är elevernas omdömen om skolan och undervisningen mycket blandade. Glädjen har mattats och lusten att lära har hos många förvandlats till djup skoltrötthet. I år 9 är de positiva omdömena om matematik betydligt färre. Spännvidden mellan eleverna har ökat markant mellan dem som finner att undervisningen i matematik ligger på rätt nivå, som förstår och får lagom stora utmaningar och dem som är uttråkade av att uppgifterna antingen är för lätta eller alltför svåra. Elever som har lätt för matematik saknar ofta tillräckliga utmaningar och upplever att mycket av innehållet, "75-90 procent" av lektionstiden har varit repetition: "samma sak i sjuan, åttan och nian", säger de. *Skilnaderna ökar markant mellan dem som förstår och får ökad självförtroende och dem som inte förstår och så småningom förlorar både lust att lära och tilltron till sin förmåga att lära matematik.* Det främsta motivet för elever i år 8 och 9 att lära sig matematik är betyg och poäng. Många börjar inse i år 9 att de kommer att ha nytta av matematik och tillsammans med betygen är det en tillräcklig morot för att arbeta på.

Mer utförliga observationer vid lektionsbesök har gjorts av några av inspektörerna. I deras kommunrapporter redovisas bl.a. exempel på att elever får individuell hjälp på alltför kort tid, genomgångar utan tillräckliga förklaringar, (båda exemplen från år 7-9), svår matematik i år 1 på gymnasieskolans yrkesförberedande program och motiverade elever på en lektion på ett studieförberedande program. Observationerna är representativa för en stor del av den undervisning som inspektörerna har mött.

Under de observerade matematiklektionerna i år 7-9 arbetar eleverna individuellt med bokens uppgifter och läraren ägnar tiden till att ge individuell hjälp. Gemensamma genomgångar sker sällan eller aldrig. Aktivitetsgraden för de flesta eleverna är i dessa observationer mellan 50 och 100 procent. De flesta arbetar större delen av tiden men många verkar omotiverade och uttråkade. Flera av de senare arbetar aktivt under mindre än 25 procent av tiden och hinner inte mer än en tiondel av uppgifterna. Flera av eleverna kan inte besvara frågan om vad matematiken i den uppslagna boksidan handlar om och de elever som väntar på lära-

rens hjälp väntar oftast passivt och ibland länge. För en del elever fungerar kanske denna undervisningsform ändå relativt bra, men flera elever har svårt med både förståelse och motivation och det är stor risk att dessa elever passiviserar. Läraren hinner tala i genomsnitt högst två minuter med varje elev per lektion och eleverna kan vara utelämnade till att 95 procent av tiden själva lära matematik genom att arbeta med bokens uppgifter. Har man svårt att förstå matematiken i boken är det nog också svårt att under 95 procent av tiden på egen hand upprätthålla lusten att lära. Läraren hinner oftast inte diskutera grundläggande principer och hjälpa eleven att själv reflektera över dem under så kort tid och då återstår det för eleven att kopiera lärobokens eller lärarens sätt att lösa uppgiften. Diskussionen blir därmed inte matematiskt meningsfull för eleven.

Elevers lärande blir osynligt i ett arbetssätt som detta. Det viktigaste för eleverna tenderar att bli att hinna långt, att komma först – inte att förstå och utveckla begrepp och resonemang. Vi kan också se att en grupp elever väljer bort matematik och tycker att det är ett ämne för andra. De inser att det är ett viktigt ämne men undantar sig själva och resignerar. Detsamma har gällt en del duktiga elever som inte fått tillräckligt utmanande undervisning. Det som främst motiverar eleverna under dessa senare skolår på grundskolan är betygen. Planerat samarbete eller arbete i grupp förekommer inte så ofta, vilket innebär kommunikation och samspel mellan elever i begränsad utsträckning och få tillskott och utmaningar till elevers tänkande. De elever som är vana vid sådana gemensamma aktiviteter är mycket positiva och upplever dem som klagörande: "Man får reda på sånt man måste veta och då behöver man inte så mycket hjälp sedan", säger de. Med tanke på att viktiga faktorer för lusten att lära är innehållets relevans och begriplighet, variation, tid för reflektion och samtal och att eleven förstår målen för sitt lärande finns det anledning att fundera över alternativa, mer effektiva sätt att arbeta på.

I enkätstudien ställdes frågor om det var vanligt att man i skolarbetet och speciellt i matematik får uppgiften att formulera egna problem att undersöka tillsammans. En fråga gällde också om läraren "vill att vi skall lära oss genom att diskutera matte med varandra". För skolarbetet i allmänhet ställdes frågan enbart till eleverna i grundskolans år 9 och i gymnasieskolan. Cirka en tredjedel svarar positivt. För matematiken svarar drygt 40 procent av eleverna i år 5 positivt om stimulansen till undersökningar i grupp och diskussioner för att lära i matematik, men sedan sjunker siffrorna till 24 procent i år 9 och cirka 13 procent i år 3 på gymnasieskolan. De vuxenstuderandes siffror ligger på samma nivå som år 9. Arbete i grupp och samverkan av detta slag är alltså inte särskilt vanligt, enligt enkäten, i synnerhet inte i matematikundervisningen.

Desto intressantare är det att finna att eleverna förknippar detta slags samarbete med bättre lärarinsatser i undervisningen både generellt, och särskilt i matematik. Eleverna har i enkäten fått bedöma vad lärarna gör i olika avseenden, som att vara tydliga om målen, ge bra återkoppling, ge stöd i svårigheter, hålla på arbetsron, stimulera självständigt tänkande etc. Cirka hälften av eleverna som ger sina lärare goda omdömen på ett gemensamt mått på lärarinsatserna har också lärare som stimulerar dem till undersökande och diskuterande samarbete. Bland elever som skattar lärarinsatserna lågt, uppger flertalet att deras lärare inte stimulerar till samarbete, särskilt inte i matematik.

Gymnasieskolan och vuxenutbildningen

Skillnaderna i uppfattningen om skolämnet matematik är stora bland gymnasieeleverna. Å ena sidan berättar en del elever – både de mer och de mindre framgångsrika – om glädjen de känt när de plötsligt har förstått i matematik. Andra berättar att de har lärt sig rutiner för problemlösning som fungerat bra i grundskolan även om det inte var speciellt spännande. *I gymnasieskolan har de fått djupare förståelse för matematikens begrepp och metoder och ämnet har blivit intressant.* Å andra sidan finns det många elever som inte är beredda att ge matematiken en chans när de kommer till gymnasieskolan. De har misslyckats alltför många gånger och obegripligheten har dödat motivationen.

Matematik är viktigt att lära sig, anser ofta dessa elever, men exkluderar sig själva från den skara som tror sig kunna klara av det. Många av de intervjuade eleverna på BF-, SP- och ES-programmen i gymnasieskolan håller med om att matematik är nödvändig vardagskunskap men bara upp till en viss gräns. Några drar gränsen vid ”räkning med x”, andra kan se att hela A-kursen är relevant, möjligen också delar av B-kursen. Mer än så tror de sig inte få nytta av. Med ”nytta” menar eleverna nytta i vardagslivet, särskilt i privatekonomin som att handla, ta lån, betala skatt etc. Förslag som elever och föräldrar på program med yrkesämnen stödjer är att man i större utsträckning än vad som sker skulle kunna knyta kärnämnesundervisningen till karaktärsämnen. Ett sätt som förekommer är att karaktärsämnesläraren även undervisar i matematik A eller att lärarna i karaktärsämnet respektive matematik har ett nära samarbete. En del elever säger att även om de har betyget Godkänd (G) från grundskolan känner de att deras kunskaper är otillräckliga.

De flesta elever på program för naturvetare och tekniker, för vilka en positiv inställning till matematik är naturlig, intresserar sig och satsar på ämnet för att det ger kunskaper som de anser att de behöver i andra ämnen i gymnasieskolan, och betyg och gymnasiepoäng för fortsatta studier.

Endast i enstaka fall ger de uttryck för nyfikenhet och lust i relation till matematik.

När elever berättar om lektioner som de kommer ihåg som spännande och intressanta berättar de om isolerade tillfällen då matematik var roligt. Oftast ligger dessa tillfällen långt tillbaka för elever i gymnasieskolan. Den typiske eleven på ett program med yrkesämnen liksom många på estetiskt eller samhällsvetenskapligt program beskriver sin matematiska karriär i tre faser. I första skolåret till någon gång i år 3 ”var matte kul” – det var konkret, man hängde med och förstod. Sedan ”funkade det någorlunda.” I sjuan bestämde man sig för att matematik inte var något som man vare sig gillade eller satsade på att klara av. Medan gymnasieskolan innebar en nytändning för en del av dessa elever, framför allt genom kontakten med karaktärsämnena, förblev matematik ett olustigt ”måste” för andra.

”När fanns det spännande inslag om matematik i TV?” undrade några elever på NV-programmet och jämförde med naturvetenskapernas ofta intresseväckande framtoning i media. Liknande förklaringar samt skolans undervisning nämnde några som delförklaringar till att matematikämnet inte upplevs som lika dynamiskt, relevant och spännande som många gånger samhällskunskap, psykologi, historia, svenska och språk. Matematik handlar om logiskt tänkande, menade dessa NV-elever. De tenderade att beskriva matematik enbart som ett redskap och som ett kritiskt filter för studier i naturvetenskap. NV-elever liksom övriga efterlyste således verklighetsanknytning i matematikundervisningen.

Inom *vuxenutbildningen* är eleverna i många fall mycket mål- och resultatnriktade. För många har också matematikkunskaper ett värde utöver att ge betyg och poäng. Bland de intervjuade eleverna vid vuxenutbildningen var spridningen stor när det gällde deras mål med matematikstudier, från att det är nödvändigt för ett nytt yrke, ett sätt att lära logiskt tänkande och bra att ha för att kunna hjälpa barnen med läxorna, till att vara grunden för att klara av att leva.

Gemensamt för alla skolformer, alltså även vuxenutbildningen, är att eleverna mycket sällan talar om matematik som medborgarkunskap i vidare mening, som bildning och som ett tankeredskap för att förstå eller ta ställning till övergripande samhälls- och framtidsfrågor.

Sammanfattning

Positiva lärandemiljöer kännetecknas sammanfattningsvis av både känsla och tanke, fantasi, upptäckarglädje, engagemang och aktivt deltagande av lärare och elever – och ”kollektiva flygturer”. Detta har vi mött både i en mycket processinriktad och flexibel undervisningsmiljö med starkt en-

gagerade och medvetna lärare - och i en miljö som i dess yttre former bär "traditionella" kännetecken. Det har även funnits sådana inslag i s.k. "individualiserad" undervisningsmiljö. Förändringar av den yttre organisationen medför alltså inte automatiskt inre utvecklande lärandemiljöer, och en till synes "föråldrad" organisation kan innehålla mångfald och ett utvecklat samspel mellan elev och lärare och mellan elever som leder till ett kunskapsmässigt och personligt växande.

Utifrån denna granskning och de observationer som gjorts kan vi alltså inte entydigt slå fast att en speciell undervisningsmodell är den "rätta". Det vi kan se är kanske självklart men ändå värt att nämnas, nämligen att olika sätt att arbeta innebär att eleverna lär sig olika saker. Olika elever/elevgrupper behöver olika innehåll, materiel och arbetsmetoder för att nå målen i olika ämnen/ämnesområden, inklusive matematik. Ett fruktbart samspel mellan engagerade och kunniga lärare och deras elever leder till att innehållet upplevs relevant och begripligt, upplevelser av att lyckas, känslan av ett personligt växande och ökad självförtroende men där den yttre formen inte nödvändigtvis är avgörande.

Den undervisningsform som kan betecknas som "individuell" och som är den allt dominerande i matematikundervisningen, har vid närmare betraktande sällan varit individuell i betydelsen "individualiserad", dvs. anpassad till olika individers behov vad gäller innehåll, läromedel, uppgifternas art och arbetsform/metod. Det har snarast varit fråga om "enskilt" arbete där var och en har arbetat med i huvudsak samma innehåll men i olika takt och eventuellt av olika svårighetsgrad. Gemensamma samtal som utvecklar begreppsförståelse, matematiskt tänkande och olika strategival har sällan förekommit. Problemlösning, vilket uppskattas av många elever, har många önskat mer av.

Intervjuade lärare motiverade undervisning enligt den gängse modellen huvudsakligen ur två perspektiv. Dels anser man att det ger eleven möjlighet att arbeta utifrån sina förutsättningar vilket uppfattas som positivt, dels är det ett sätt att hantera alltför stora grupper. De stora grupperna omöjliggör ett varierat arbetssätt med inslag av problemlösning, laborativt arbetssätt och arbeten i olika konstellationer, framhåller man. Lärare menar att med de stora grupperna (i enstaka fall över 30) blir "alternativa" metoder alltför betungande och stökiga. Att det finns andra faktorer som påverkar valet av undervisningsmetoder framgår emellertid av det faktum att också i de mindre grupperna dominerar den beskrivna metoden. På flertalet av de skolor där ingen undervisningsgrupp består av fler än 20 elever arbetar man med den dominerande modellen.

Huvuddelen av det som kallas "matematik" i skolan förefaller till alltför stor del vara mer eller mindre mekaniskt räknande. Att öva upp rena

räknefärdigheter är naturligtvis viktigt och både elever och lärare kan lätt kontrollera antal rätta svar. Det är inte givet att det inverkar negativt på elevernas lust att lära. Tvärtom är det för stunden tillfredsställande att se att det "blir rätt" när svaret stämmer med facit. Många säger också att "matte är kul när man fattar". Besvärligt blir det när räknandet förlorar mening, när man inte förstår vad man håller på med, varför man gör det man gör eller när det ska användas. Besvärligt blir det också när lektionerna blir alltför enahanda och man tappar lust, motivation och förmåga att på egen hand skapa den mening och förståelse som behövs för att kunna gå vidare och för att bibehålla den lust att lära som man kände under de första åren i skolan. Drivkraften, motivationen förändras också. *Den lust att lära och inre motivation som finns hos de yngre eleverna som strävar efter lärandemål, har hos de allra flesta ersatts av rena prestationsmål under grundskolans senare år och på gymnasieskolan.*¹⁵ Det som driver majoriteten elever i de senare åren är med andra ord provresultat, betyg och poäng, vilket fungerar motiverande för många elever. Dessa motivationsförändringar är främst resultat av det system elever och lärare befinner sig i. För tillträde till gymnasieskolans nationella program krävs minst Godkänd i matematik, svenska och engelska i år 9. Konkurrensen till särskilt attraktiva gymnasieskolor har på många håll hårdnat liksom till olika utbildningar på universitet och högskolor. En del elever i grundskolan och på naturvetenskapliga och tekniska utbildningar i gymnasieskolan motiverar matematiken med studier i fysik och kemi. Hos ett relativt litet fåtal finns ett genuint intresse för matematik i sig. Tillfredsställelsen över att ha lyckats lösa ett matematiskt problem räcker för dem som motiv för att gå vidare till nya spännande, lustfyllda utmaningar i matematikens värld.

¹⁵ Se även Giota, J. (2002). Skoleffekter på barns motivation och utveckling. Skolverket (dnr 2001:113).

Faktorer som främjar lusten att lära

Behovet av att förstå

Att känna att man kan och förstår, att man lyckas och att man lär sig är det första elever, oavsett ålder, svarar på frågan om vad som påverkar lusten att lära positivt. Det som skolans arbete syftar till, nämligen att lära, att "äga" kunskap och känna att man "bottnar" i sin kunskap är i sig lustfyllt. Att på ett omedvetet eller medvetet plan "veta" att man behärskar sitt språk, att gradvis erövra ett ökat vetande i ett naturligt samspel med andra och få ett ökat kunnande inom olika kunskapsområden men också få förståelse och känsla för etiska och estetiska värden runt omkring sig skapar i sig lust. Att sedan kunna bygga vidare på den grund som är lagd och att denna grund är tillräckligt stabil stärker individens självtillit. För att ett sådant byggande ska kunna ske tycks vissa villkor behöva uppfyllas. De faktorer som efter granskningen framträder som särskilt väsentliga för barns och elevers lust att lära samspelar på olika sätt och utgör instrument och förutsättningar för ett fortsatt kunskapsbyggande.

Lusten och glädjen uppstår i känslan av *att lyckas* med någonting vilket i sig är starkt motiverande. Och omvänt, elever som möter ständiga misslyckanden i skolarbetet, inte minst i matematik, förlorar raskt motivation och lust att lära. Relationen mellan *uppgifternas svårighetsgrad och elevernas motivation* eller vilja att engagera sig finns också belagd i forskning. Uppgifter på *rätt nivå* som utmanar elevernas förmåga optimalt främjar deras motivation och strävan efter att lära sig i riktning mot lärandemål. 'Optimalt' innebär att uppgifterna ska vara av en sådan svårighetsgrad att de kan lösas med rimlig ansträngning. De ska inte vara för lätta så att de känns meningslösa eller för svåra så att de skapar ångest. En relativt vanlig åsikt bland de intervjuade eleverna, särskilt i de senare skolåren i grundskolan, är att uppgifterna har varit för lite utmanande och alltför lätta. Ständigt återkommande repetitioner av sådant de gjort under tidigare skolår bidrar starkt till minskad motivation och lust att lära. Samtidigt finns många elever som upplever att matematik ligger över deras förmåga vilket skapar prestationsångslan. De elever som upplever att uppgifternas svårighetsgrad ligger i någorlunda nivå med deras förmåga och har brottats med matematiska problem som de sedan lyckats lösa, har blivit sporrade att gå vidare till nya problem, som de många gånger letar upp själva.

Frågor om kravnivån ställdes även i enkätstudien. ”Kraven i matte är lagom höga, det gör det roligt att försöka klara dem” var en sådan fråga. Det dominerande intrycket är att de flesta elever och nästan hälften av vuxendeltagarna har svårt att hitta de positivt utmanande egenskaperna i matematikkraven. Sämst tillgodosedda upplever man sig vara i gymnasieskolan där bara NV och OP når upp till cirka en tredjedel positiva elever, vilket är nära nivån för år 9. På övriga fem aktuella program anser bara cirka 20 procent av eleverna att kraven är lagom. Bland de vuxenstuderande är det drygt hälften. Ställer man frågan om kraven är för höga eller för låga svarar 25-30 procent av eleverna i år 9 och i gymnasieskolan att de är för höga och knappt 10 procent att de är för låga.

God självförtroende – bra för lärandet

Tilltron till den egna förmågan att lära, i vårt fall, matematik, framstår i enkätstudien som den viktigaste faktorn för lusten att lära. God självförtroende tenderar att höja prestationer utöver vad man ”objektivt” kan och en dålig självförtroende kan på motsvarande sätt sänka den. En måttligt förhöjd självförtroende är bra för prestationer.¹⁶ Elevens inställning till sig själv och till sina prestationer har alltså stor betydelse för hur hon griper sig an skolans uppgifter. I enkätstudien undersöks det med mått på *självvärdering*, respektive *kompetensupplevelse*¹⁷. Av elevintervjuerna framgår det att många elever skulle vilja vara ”en som kan matematik”. Den som är duktig i matematik uppfattas som en ”kompetent person”. Elever med förtroende till den egna förmågan och med en positiv bild av sig själva som lärande individer söker också på olika vägar nya utmanande uppgifter att lösa på egen hand. Det gäller inte minst i matematik. Känslan av att lyckas lösa ett matematiskt problem leder till en lust att söka nya utmaningar och nya problem. Det är utmaningen och problemlösandet i sig som är det lockande. Ämnets relevans och nytta är för dessa elever ovidkommande.

En intressant frågeställning i granskningsuppdraget gällde just om det finns ett samband mellan utbildningskvaliteten, lust att lära och elevernas resultat relaterat till kunskaps- och andra nationella mål. Försök att besvara frågan gjordes främst genom enkätstudien till elever i år 5, 9 och gymnasieskolans år 3 samt till vuxenstuderande i matematik på granskade enheter i ca en tredjedel av kommunerna (undersökningen är således inte statistiskt representativ för riket).

¹⁶ Lander, R (2002). Professional cooperation around self-related measures in school indicator instruments. *Journal of Classroom Interaction*, Vol 3, No 2.

¹⁷ Kompetensupplevelse är sammanslaget mått från delmåten om prestationstillit som mera allmänt mäter självförtroendet relativt prestationer i skolan eller särskilda ämnen och kapacitetsupplevelse som mäter självförtroendet i relation till mer specifika uppgifter, t.ex. olika slag av redovisningsätt eller olika problemtyper i matematik.

Eleverna/de studerande fick besvara frågor som formulerats utifrån synen att utbildningsmålen kan fångas via mått dels för *självotilliten i fråga om prestationer* (genom att t.ex. instämna i olika hög grad i påståenden som: "Skolarbetet brukar gå bra för mig"), dels för *kapacitetsupplevelsen* (genom att instämna t.ex. i att "Jag klarar fint att lösa en ekvation av typen $3x-8=7-2x$ "). Eleverna fick också ange hur många av betygen VG och MVG de fått. Resultaten indikerar att såväl den allmänna prestationstilliten i skolarbetet som kapacitetsupplevelsen mer specifikt, har tydliga samband med betygsnivån, men inte fullständigt. Det finns således en del elever, som inte har den självkänsla som betygen borde berättiga till, och andra, som har bättre självkänsla än betygen låter ana. Att ha en rimligt god självkänsla inför sina prestationer är på sikt viktigt, eftersom den hjälper individen att gärna fortsätta med och anstränga sig i studierna. Kapacitetsupplevelsen spelar störst roll för intresset och uthålligheten i lärandet. Ängslan att prestera tillräckligt bra i skolan beror inte bara på tvivel på den egna förmågan, utan även på tvivel på sig själv som person. Detta mönster för prestationsängslan är något vanligare bland flickor än bland pojkar. En låg självvärdering skapar emellertid inte ensam prestationsängslan. En mycket viktig faktor är upplevelser av för höga krav, särskilt i matematik, enligt enkätresultaten.

Ytterligare ett kvalitetsmått gäller skolmotivationen. Elevenkäten har mätt denna i olika dimensioner och både om matematik och skolarbetet generellt. Man kan slå ihop data från år 5, 9 samt år 3 i gymnasieskolan och de vuxenstuderande i matematik och få ett tvärsnittmått för urvalet av skolor för studien. Då ser vi att 85 procent bedömer skolans värde för den egna framtiden som högt och 64 procent gör motsvarande bedömning när det gäller matematik. Däremot är det bara 22 procent som kan tänka sig framtida studier eller arbete med mycket matematik. Gott intresse och tillräcklig uthållighet tycker 62 procent att de har för skolarbetet generellt, men 49 procent för matematik. Ängslan inför prestationer anfäktas cirka 20 procent svårt av, men nervositet inför prov känner 40 – 50 procent.

Enkäterna ger alltså flerdimensionella svar på vad kvalitet är och resultaten varierar med dimensionerna. Undersökningen är ett första försök att pröva metoder för att bedöma resultat av utbildning i relation till andra variabler än kunskapsmål, som ju ofta bedöms via prov. Det är också viktigt att hålla i minnet att det inte varit möjligt att i de statistiska analyserna särhålla vad som är skolornas unika bidrag och vad som beror på de olika betingelser de arbetar under.

Behovet av begriplighet i skolarbetet

Innehållet i skolarbetet i stort och i matematik måste upplevas som *relevant och begripligt*. Att plötsligt *förstå* något som länge varit svårt stärker motivationen. För förståelse och förmåga att internalisera ny kunskap behöver eleverna kunna anknyta till något redan känt. Elever uttrycker, som nämnts, ofta i intervjuerna att matematik är roligt när de förstår, tråkigt blir det när man inte förstår. Att välja arbetsmetoder där läraren kan upptäcka elevers styrkor, svårigheter och svagheter i ett tidigt skede kan därför sägas vara en möjlig strategi för att undvika att lusten att lära matematik går förlorad. För många elever har mycket inom matematikämnet liten eller ingen relevans. När innehållet inte upplevs meningsfullt och eleverna inte förstår det de arbetar med är det svårt att upprätthålla intresse och motivation. Och omvänt, när motivationen är hög är matematiken meningsfull och begriplig, vilket starkt främjar lusten att lära. Klassrumsobservationerna indikerar att eleverna ibland förväntas arbeta med matematik som är ”meningslös” och obegriplig på så sätt att de inte har rimliga möjligheter att förstå den underliggande matematiken. Därigenom är man i huvudsak utlämnad åt att kopiera metoder som andra har beskrivit och kan inte konstruera egna lösningsresonemang. Det gör matematik svårare i längden.

Elevernas intresse för innehållet i uppgifterna lyfts även fram i en forskningsstudie.¹⁸ Den visar att om eleverna inte har något djupare intresse för innehållet i arbetet kommer deras aktiviteter att enbart inriktas på insatser att producera resultat som läraren godkänner. Det är ett arbetssätt fjärran från det som har med lust att göra.

Den grundläggande matematiken är viktig att kunna, menar samtliga intervjuade elever. De fyra räknesätten och procent är nödvändiga kunskaper, men meningen och nyttan med t.ex. ekvationer, algebra och geometri ifrågasätter många. Det är påfallande hur vanligt det är att elever sitter och räknar helt oreflekterat. De löser de enskilda matematikuppgifterna men har inte förstått vad de egentligen gör eller varför och när de ska använda sig av det de gör. ”Högstadiematten” är svår att förstå syftet med, säger t.ex. elever i år 7-9. En del gymnasieelever, bl.a. på samhällsprogrammet och program med yrkesämnen, upplever att de ”sitter och läser siffror” och att det är ”enformigt att köra huvet i boken och räkna.” Alla ”x och grejer kommer man ju inte ihåg!”, säger de. Dessa elever har svårt att förstå värdet av matematik och matematiskt tänkande, vilket uppenbarligen har varit svårt att förmedla. För de flesta elever har det betydelse om de förstår meningen med sina studier.

¹⁸ Bergqvist, K. (1990). Doing schoolwork: task premisses and joint activity in the comprehensive classroom Avhandling. Linköping: Tema, Univ.

Matematik behöver ha någonting med livet utanför skolan att göra. Då skulle det definitivt vara lättare att förstå hur man kan använda den, hävdar en del elever. Att arbeta med matematik på ett enbart teoretiskt plan tycks enligt inspektörerna bidra till att göra det svårt för många elever. För att förstå och se glädjen med den abstrakta matematiken behövs konkreta upplevelser och praktiska tillämpningar. Att få in mer av praktisk tillämpning i matematikundervisningen efterlyses både på grundskolan och olika program på gymnasieskolan, även på naturvetenskapsprogrammet (NV). Att få synliga resultat av sitt arbete stärker självförtroendet och lyfter inte minst omotiverade elever och elever som har svårt att ta till sig matematik. En elev i en liten matematikgrupp i år 7-9 för elever i behov av särskilt stöd berättar t.ex. att ”det är kul när man får se och man lär sig matte ändå, geometri och sånt.” I undervisningen varvades i detta fall konkret och abstrakt matematik. Eleverna konstruerade mönster med romber och parallelogrammer som de sydde på kuddar.

Behovet av en varierad undervisning

Variation, flexibilitet och att undvika det monotona i undervisningen är viktigt för lusten att lära. Formen för inläring behöver växla för att tillgodose elevers olika sätt att lära. Det gäller såväl innehåll, relevanta arbetsformer, arbetssätt och läromedel. ”Det ska inte vara förutsägbart att gå till skolan”, påpekade en skolledare. En del lärare intresserar sig särskilt också för olika lärstilar och olika sätt att uppleva matematik. Utbildning kring inlärningsstilar förekommer på många skolor ofta i studiecirkelform.

Kommunikation mot bakgrund av elevernas tankar

Elever som har beskrivit en undervisning med *gemensamma samtal* i matematik som utgår från deras tankar, där de är aktiva och där olika lösningsstrategier diskuteras och värderas, har beskrivit det som något mycket positivt. På grundval av intervjuerna tycks elever med sådana erfarenheter ha ett positivt förhållningssätt till matematik. Enkätstudien visar dock att denna typ av undervisning inte är så vanlig.

När elever ger exempel på roliga och lärorika lektioner tar flera upp arbete med *problemlösning i grupp*. De har t.ex. fått välja svårighetsgrad på problemen och sedan redovisa lösningarna för varandra. Det har varit bra ”för man fick idéer om hur man kunde räkna ut olika saker när andra redovisade sina uppgifter. Ibland lär man sig mer när kompisar förklarar.” De har betraktat det som avbrott i den vanliga verksamheten och som ”variation till det vi brukar göra på matten”.

Delaktighet och påverkan – en framgångsfaktor

Många elevers uppfattning är att det blir roligare i alla ämnen om de får möjlighet att *påverka sina studier, både innehåll och redovisningsformer*. De faktiska möjligheterna att påverka undervisningen i matematik under senare skolår förefaller dock generellt vara små medan däremot lärare i andra ämnen än matematik tycks hitta fler tillfällen till elevinflytande. I de fall elever kan påverka handlar det oftast om när arbetet ska utföras, vilka uppgifter de ska göra eller när de ska ha prov. Sällan handlar det om arbetssätt eller innehåll. En del elever anser dock att de kan vara med och påverka, t.ex. att ofta arbeta med problemlösning eller att arbeta laborativt eller enskilt i boken. Exempel har givits på att de yngsta eleverna får möjlighet att aktivt delta i och påverka den pedagogiska verksamheten.

Demokrati i klassrummet ökar motivationen, framhåller några lärare. Alla elever ska våga ställa frågor och ingen ska känna sig dum. Elever berättar att på en skola där man kan vara sig själv och där man som elev upplever trygghet och inflytande, där finns också en grundförutsättning för lust att lära. Granskningen har givit exempel på en gymnasieskola med långt gångelevdemokrati. Eleverna har där majoritet i skolans styrelse och de har bl.a. drivit igenom beslut om att eleven själv ska få välja mentor (skolledningen utser en av tre som eleven har föreslagit). På skolan finns dessutom många olika elevföreningar som stöds aktivt av skolledningen. Från en annan skola rapporteras att lärarna är mycket angelägna om att få med eleverna i planeringsarbetet och att de ska ha inflytande på arbetsformer och temaval. Men för att de på ett reflekterande sätt ska kunna välja, får de erfarenhet av olika arbetssätt och ges ett gradvis ökat inflytande.

Att lära sig är ofta förenat med svårigheter som måste övervinnas. Förstår man *målen och syftet med sitt lärande* torde det vara lättare att försonas med de hinder som dyker upp. Att som elev gradvis få större förståelse för mål och medel och känna att man har grepp om sin kunskapsutveckling är en viktig förutsättning för ökad tillit till sin förmåga att lära och söka ny kunskap. Intentionerna i läroplaner och kursplaner är tydliga i detta avseende: eleverna ska känna till målen med undervisningen och förstå vart studierna syftar. En viktig del i elevens lärande är att själv kunna bedöma sina kunskaper och sin kompetens. Enligt Lpo94 skall skolan sträva mot att varje elev ”utvecklar förmågan att själv bedöma sina resultat och ställa egen och andras bedömning i relation till de egna arbetsprestationerna och förutsättningarna.”¹⁹ I Lpf94 uttrycks motsva-

¹⁹ Lpo94, 2.7 Bedömning och betyg

rande mål att sträva mot med att varje elev ”kan bedöma sina studieresultat och utvecklingsbehov i förhållande till kraven i kursplanerna.”²⁰ Från några gymnasieskolor rapporteras att de intervjuade eleverna i allmänhet var införstådda med kursplanernas mål och betygskriterierna i matematik.²¹ De kände till att det finns övergripande mål om helhet och sammanhang, kritiskt tänkande, problemlösning och samarbete i grupp. Där emot ansåg de att tid, gruppstorlek och allmänt resurser styr in matematikundervisningen mot snävare mål. Den dominerande bilden från granskningen är att i den mån eleverna i grundskolans senare år och gymnasieskolan känner till mål och betygskriterier gäller det oftare för andra skolämnen än matematik. ”Man vet vad som krävs i andra ämnen men inte i matematik”, säger de. ”Oerhört viktigt men vi hinner inte”, uttalar en lärargrupp.

Det finns anledning att fundera över varför läroplans- och kursplanemål just i matematik så sällan diskuteras med eleverna medan det är vanligare i andra ämnen. Det kan möjligen tyda på en syn på matematikämnet där undervisningens arbetsformer och innehåll mer styrs av tradition och lärobok än av lärarnas gemensamma tolkning av läroplans- och kursplanemål, samt forskning och utvecklingsarbete i matematikdidaktik. Målen för matematikstudierna samt betygskriterierna blir därmed trivialiserade för många elever. Att hinna med boken, följa den planering som läraren bestämt, klara proven och få så höga betyg som möjligt styr arbetet och utgör de krav och förväntningar som eleverna i år 7-9 och gymnasieskolan upplever. En vanlig uppfattning hos eleverna är att betygen är kopplade till hur många uppgifter i boken man hinner med, istället för vilka kunskaper man har. En självkritisk lärarkommentar är: ”Vi anger mål i form av antalet uppgifter som ska räknas men istället borde vi sätta mål i form av förståelse.” Inspektörerna har även noterat att kunskapsmålen i begränsad mening får en alltför stor betydelse relativt demokrati- och bildningsmål. Det förstärks av lärare vars motivationsstrategi för att få eleverna att koncentrera sig på ämnet är kommande prov.

Många elever säger att de vill lära för livet och ”inte bara läsa till prov” och efterlyser andra arbetsformer också i matematik. Av intervjuerna med elever, lärare och föräldrar framgår det sammanfattningsvis, att man på många skolor behöver diskutera hur man på bästa sätt kan göra mål

²⁰ Lpf94, 2.5 Bedömning och betyg

²¹ Enkäten styrker delvis denna bild. Visserligen är det cirka 20 procent fler i gymnasieskolan som säger att man brukar gå igenom kursplanerna när frågan gäller skolarbetet i allmänhet jämfört med i matematik (32 mot 50%), men på grundskolan är skillnaden klart mindre (36% i matematik och 43 % i allmänhet).

och betygskriterier möjliga för eleverna att förstå. Vad eleverna därutöver behöver hjälp med är att förstå matematikämnets syfte, till vad och i vilka sammanhang man kan använda de förväntade kunskaperna och vad matematikämnet har för roll i ett demokrati- och medborgarperspektiv.

Behovet av varierad återkoppling

Elevers självtillit och lust att lära skulle otvivelaktigt stärkas om också något av all den kunskap de producerar kom till användning på ett konstruktivt sätt. Det gäller också för de *utvärderingsformer* som används och den *återkoppling* som ges. Att man som elev får tillfällen att visa vad man lärt sig och att det man kan också skulle kunna användas i en gemensam kunskapsuppbyggnad i elevgruppen och med läraren borde få ett betydligt mer medvetet utrymme i skolan, inte minst i matematik.

Enligt läroplanerna skall läraren allsidigt utvärdera varje elevs kunskapsutveckling. Eleverna i de tidiga skolåren får ofta och på olika sätt visa och dela med sig av vad de har gjort och lärt. I framförallt grundskolans senare år och gymnasieskolan domineras däremot dagens matematikundervisning av diagnostiskt materiel, prov från läroböcker och traditionella poängsatta prov. Med "traditionella" avses här uppgifter, ofta av rutinkaraktär, av samma slag som i de läroböcker som används. Svaret är rätt eller fel och vägen till svaret är den som läroboken eller läraren föreskriver. Denna typ av provuppgifter är naturligtvis relevanta men behöver kompletteras med andra utvärderingsformer som sammantaget ger en bredare bedömning av olika kunskapskvaliteter. Det är betydligt vanligare i andra ämnen än matematik att lärare gör en helhetsbedömning och väger in olika faktorer i bedömningen utifrån varierade underlag och inte enbart elevernas provresultat. Muntliga presentationer av matematikarbeten eller "avtryck" av olika aktiviteter i matematikundervisningen i form av t.ex. bilder eller annan dokumentation i klassrums- eller skolmiljön, utanför matematikboken, är ovanliga.

Provens roll som motivationshöjande eller avskräckande faktor blir tydligare ju högre upp i skolåren man kommer. Proven upplevs som avgörande samtidigt som många elever inte tycks vara klara över betygskriterierna och heller inte över provens roll för betygssättningen. Eleverna upplever att det inte finns något utrymme för misslyckanden och ingen möjlighet att förbättra ett dåligt resultat. Självkritiska lärare anser att skolan i hög grad bidrar till den prov- och betygsfokusering som så många elever talar om. "Det första vi gör är att prata om prov" och "Vi driver dom med proven", säger några lärare. Enligt en del elevers och föräldrars uppfattning minskar ett ensidigt användande av prov lusten att lära. Även de nationella proven upplevs av många elever som avgörande för betyget.

En jämförelse av hundra skolors betyg på de nationella proven i matematik och slutbetyg i år 9-skolor som Skolverket har gjort (dock ej inom föreliggande granskning), visar emellertid enligt preliminära analyser att elevernas känsla av de nationella provens avgörande betydelse inte alltid stämmer. Vid i stort sett samtliga skolor var slutbetyget i matematik högre eller betydligt högre än provbetyget.

Att den uttalade provkulturen inom matematikundervisningen, både till form och innehåll, påverkar elevernas syn på kunskap och lärande i mycket hög grad är uppenbart. Det som kommer på provet är också det som är värt att lära sig och ägna uppmärksamhet åt. Detta var uppenbart vid granskningen, är väl belagt i forskning och är närmast ett trivialt påstående. Det är därför angeläget att utforma fler och vidare former för utvärdering som lyfter fram olika kvalitéer i elevers lärande.

I enkätstudien är eleverna i år 5 mest positiva till den återkoppling de får i matematik (80 procent) och därefter kommer de vuxenstuderande (drygt 60 procent). Skillnaden är stor i förhållande till gymnasieskolans elever där endast runt 30 procent av eleverna på yrkes-, samhälls- och naturvetenskapsprogrammen uppger att de är nöjda med återkopplingen i matematik. I år 9 är motsvarande siffra drygt 40 procent.

God arbetsmiljö innebär tid och arbetsro

Tid är en viktig resurs som rätt utnyttjad och tillsammans med andra resurser - lärarkompetens i vid bemärkelse, organisering av undervisningen utifrån elevers behov och nationella mål - kan skapa en god miljö för lärande. Meningsfull tid är ”den tid då man som lärare möter eleverna och känner att man har tänt en gnista till fortsatt lärande och utveckling”, menar t.ex. några lärare. *Arbetsro* kring lärandet är en nödvändig förutsättning för barns och elevers lust att lära i skolan, är det många som framhåller.²² Ett gott socialt klimat mellan lärare och elev och elever emellan är en förutsättning för att skapa trygghet, lugn och ro och en trivsam miljö i skolan. Det har stor betydelse att man som elev blir positivt bemött för att inte tappa tron på sig själv om man misslyckas. Man behöver se sitt lärande i förhållande till sig själv och slippa jämförelser med andra.

Lärarens betydelse är avgörande

Läraren anges samstämmigt av eleverna som den absolut viktigaste faktorn för lusten att lära. Det gäller alla elevgrupper vid alla enheter. Lärarens *engagemang och förmåga att motivera, inspirera och kunna förmedla att kunskap är*

²² Runt en tredjedel av eleverna i år 9 och gymnasieskolan anser att lärarna är bra på att skapa arbetsro (både generellt och i matematik medan det gäller cirka 70 procent i år 5 och vuxenutbildningen (enbart matematik).

en glädje i sig är central. Eleverna önskar lärare som har *tilltro till elevernas förmåga* att lära t.ex. matematik, har kunskaper i ämnet, som är lyhörda för vad eleverna har svårt att förstå och som kan förklara bra. Lärare som förmedlar lust att lära förmår *anknyta till verkligheten*, engagerar elever i utmanande samtal och visar hur kunskapen används. De utgår ofta från egna erfarenheter och bygger inte allt på läromedlet. Läraren deltar i lärandeprocessen och talar *med* i stället för *till* eleven. För att samspelet mellan elev och lärare ska kunna bli optimalt måste det starta i elevens och lärarens förutsättningar. Elever har olika behov och lärare har olika kunskaper. När faktorer som läraren, eleven, ämnet/kunskapsområdet och ramfaktorer av olika slag samspelar på ett optimalt sätt blir undervisningssituationen bra. I granskningen har inspektörerna mött sådana lärare i alla kommuner och det finns exempel på sådant samspel av olika kvalitet. Det är i detta sammanhang viktigt att också understryka elevens ansvar. Det är självfallet inte läraren ensam som avgör elevens motivation. I samspelet mellan elev och lärare måste även eleven bli medveten om sin viktiga roll för att skapa ett så väl fungerande samarbete som möjligt. Det gäller att optimera relationen mellan elev och lärare. Lusten att lära ökar både av att läraren ser eleven och ger återkoppling på elevens lärande och av att eleven ser läraren och ger feedback på lärararbetet, betonar lärare.

Det är en central uppgift att fånga upp nya kunskaper inom sitt ämnesområde och att variationsrikt omvandla ny kunskap så att den kommer eleverna till del, påpekar några gymnasielärare i olika ämnen. De beskriver sin egen nyfikenhet på kunskap som central för elevernas lust att lära. Metodiskt vill lärarna skapa meningsfulla sammanhang för eleven.

En viktig faktor är lärarens egen syn på lärande generellt och på lärande inom sitt ämne/ämnesområde. På frågan "Vad är matematik för dig?" är lärarnas svar mycket varierande. En del menar att kursplanerna är så detaljerade att det inte finns utrymme för tolkning. Matematik är kursplanernas innehåll eller t.o.m. begränsat till dess uppnåendemål. För andra är matematik synonymt med lärobokens innehåll. Inspektörerna har också mött lärare som uttrycker en betydligt bredare och mer reflekterad syn på vad matematik och matematisk aktivitet är. Dessa lärare talar gärna om matematik som en aktiv och kreativ process. Förståelse, sammanhang, förmåga att resonera matematik i olika kontexter, att kommunicera matematik och nyfikenhet är kvalitéer i matematiklärandet som lyfts fram. Flera lärare och elever säger dock att dessa kvalitéer enbart krävs för de högre betygsnivåerna.

Effektiva lärare anpassar sin undervisning till olika elevers behov, har tillgång till en bred repertoar av undervisningsmetoder och strategier

som passar olika elevgrupper och presenterar information klart och på ett engagerat sätt. Genom att visa på uppgifternas relevans och ställa mer komplexa frågor fångas elevernas idéer upp och vidareutvecklas. Dessa lärare känner igen och bekräftar elevernas egna sätt att tänka matematiskt, vilket ger eleverna självförtroende. De har också förmågan att knyta an till och bygga vidare på elevernas tänkesätt så att eleven bygger upp mer kraftfulla sätt att förstå matematik. Välutbildade och erfarna lärare har alltså förmågan att skapa en didaktisk och stimulerande helhet av sitt kunnande i olika undervisningssituationer. Detta kommer fram i en nyligen publicerad kunskapsöversikt från Skolverket (2002).²³ Där framhålls även att lärarkompetensen, såväl pedagogisk kompetens som ämneskompetens, är den enskilda resurs som har störst betydelse för elevers resultat. Att minska antalet elever per lärare ledde enligt denna rapport till mindre förbättring av elevresultaten än resursinsatser i form av utbildning av lärare, lärarerfarenhet och lärarlön. Resurser till administration, lokaler och utrustning visade däremot inte på något tydligt samband med elevernas resultat. Eftersom flera av de studier som rapporten refererar till har haft elevers matematikkunnande som en måttstock på effektiviteten, får resultatet en speciell relevans för utbildning och kompetensutveckling av lärare som undervisar i matematik.

På komvux, där många av eleverna har misslyckanden bakom sig, är lärare ofta medvetna om att det personliga mötet mellan lärare och elev har mycket stor betydelse, liksom att eleverna tidigt får uppleva att de lyckas. Att eleverna har genomfört uppgiften i matematik på rätt sätt betraktas där av en del lärare som viktigare än att ha samma svar som facit. Många vuxenstudier sägs vara mer positiva till matematik nu än tidigare och sporras av att se konkreta resultat av sina insatser. Framgångar i matematik stärker självförtroendet, menar lärarna. Att de studerande klarar matematik på komvux ger signaler om att orsakerna till tidigare svårigheter måste vara andra än svårigheter att förstå matematik.

²³ Gustavsson, J-E. & Myrberg, E. (2002). Ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat Kunskapsöversikt, Skolverket.

Pedagogik och organisation

Undervisning eller handledning – mer än retorik

I samband med införandet av läroplanerna, Lpo94 och Lpf94, och betoningen på den kunskapssyn som starkt lyfter fram den lärandes egen aktivitet för att nå kunskap, kom också lärarens roll att diskuteras. En tolkning som utifrån detta synsätt gjordes från såväl statligt, kommunalt som fackligt håll och som fått stor spridning innebär att kunskap inte går att förmedla eller överföra från en individ till en annan, från den som undervisar till den som lär. Lärande förutsätter stark egenaktivitet från den lärandes sida, medan den som undervisar kan skapa förutsättningar för lärande. Därmed ansågs heller inte den form av undervisningspraktik som var rådande och som i dagligt tal går under begreppet ”förmedlingspedagogik” eller ”katederundervisning” som någon framkomlig väg för elevers lärande. Lärarens roll måste i stället förändras, ansåg man, och i stället för att ”förmedla” kunskap skulle läraren ”handleda” eleven i dennes lärande. Lärarens undervisande roll tonades på så sätt ner till att stödja och handleda medan ansvaret för elevens kunskapsutveckling i betydligt större utsträckning lades på eleven själv. Enligt de nationella målen skall skolan sträva efter att varje elev tar personligt ansvar för sina studier och sin utbildningsmiljö.²⁴ Men problemet är att begreppen egentligen aldrig fick en tydlig, någorlunda gemensam tolkning på vare sig statlig eller kommunal nivå. De antog i mångt och mycket formen av luftig retorik som saknade en nyanserad definition av vad lärarens handledarskap verkligen innebär, när och hur det lämpar sig, liksom reflektion kring vad elevers ansvarstagande egentligen omfattar och vad som är rimligt.

I samtal med såväl elever som lärare och andra aktörer inom skolväsendet kan man följaktligen se att begreppen har tolkats och realiserats mycket olika inom skolor och bland lärare, från ett aktivt, lyhört och stimulerande lärarledarskap till en situation där läraren närmast dragit sig tillbaka och överlämnat eleven till sitt eget ”ansvar”. Det måste samtidigt betonas att en anpassning av både lärarens och elevers agerande är uppenbart nödvändig utifrån de krav och förväntningar som skapas av samhälls-

²⁴ Lpo94 2:3; Lpf94, 2:3

utvecklingen, nu och i en tänkt framtid och som återspeglas i de nationella målen för skolan. Frågan är hur en sådan anpassning ska hanteras och hur den ser ut. Hur ett flexibelt lärarledarskap kan se ut i olika undervisningssituationer, utifrån aktuella moment, undervisningsstoff och elevgrupp, är en diskussion som måste hållas levande bland de verkamma i skolan.

Den form av handledarroll som bl.a. många matematiklärare praktiserar, liksom förväntningar på elevernas eget ansvarstagande, lämnar därför efter granskningen en del obesvarade frågor. En fråga är vilka konsekvenser lärarnas handledarskap har fått för olika elevgrupper. En annan är vad skolan menar med att elever ska "ta ansvar för sitt eget lärande" och "söka sin egen kunskap." Är det möjligt för elever/alla elever att söka egen kunskap? Har detta skapat lust att lära? - Ja troligen, om det har skett under genomtänkt och tydlig ledning och hos elever som har en förförståelse och en självuppfattning som bär. Har det skapat olust? Ja, granskningen visar att det helt säkert har varit så för många elever som inte har fått adekvat ledning av läraren och lämnats alltför mycket åt sig själva "att ta eget ansvar." Läraren har då tonat ner sin roll.

Granskningen indikerar att många av de elever som har förlorat sin motivation för och lust att lära matematik började tappa fotfästet när matematikundervisningen blev alltmer individuell och enskild. De klarar helt enkelt inte av att skaffa sig den nödvändiga förståelsen av begrepp och underliggande idéer av egen kraft, inte heller att driva arbetet framåt på egen hand.

Frågan är om vi inte har tappat många elever i matematikämnet på grund av det enskilda och oftast samtalsfattiga arbetssättet som inte i tillräckligt hög grad har tagit hänsyn till elevernas mycket olika behov, pedagogiskt, kunskapsmässigt och socialt. Lärare i olika ämnen signalerar också själva att metoder "på modet" inte passar alla elever. De menar att det finns en risk att elever "tappas bort" vid t.ex. projektarbeten när "var och en arbetar själv" och alla inte fått tillräcklig förberedelse för att klara det.

Frågan är också om förväntningarna på elevers eget ansvarstagande – utan att de fått klara besked om vad ansvaret består i och utan att skolan alltid har tagit tillräcklig hänsyn till att ansvarstagande behöver få växa fram i takt med elevernas förutsättningar, beredskap och mognad - kan vara *en av flera* viktiga förklaringar till att antalet elever i behov av särskilt stöd är högt. Granskningen indikerar att det kan vara fallet. Om det är så, är det inte stödorganisationen som enbart behöver ses över utan i hög grad den "reguljära" undervisningen.

Läromedel på gott och ont

Matematikundervisningen tycks vara det ämne som är mest beroende av en lärobok, på gott och ont. Ett bra läromedel, liksom de nationella proven, kan leda till en positiv utveckling av undervisningspraktiken medan ett alltför ensidigt läroboksanvändande leder till enformighet och till att många elever tar avstånd från ämnet. I förskolan och de tidigaste skolåren används leken och barnens omvärld för att lyfta fram matematik och oftast används ett varierat och rikhaltigt materiel. Även i år 5 är det vanligt att stimulerande matematikmateriel finns tillgängligt. Granskningen visar att det är frapperande vilken dominerande roll läroboken har i undervisningen, både i positiva och negativa termer, och dess roll för elevernas lust eller olust inför matematiklärandet. Det gäller delvis också för de tidigare skolåren, men framför allt från år 4-5 och uppåt och mest påtagligt i de senare åren i grundskolan, på gymnasieskolan och i vuxenutbildningen. Såväl innehåll, uppläggning som undervisningens organisering styrs av boken i påfallande hög grad. Matematik är för både elever och lärare kort och gott det som står i läroboken. Flera lärare säger själva att "läroboken är oerhört styrande i matematik" och många elever har varit mycket kritiska till detta. En skolledare pekade på att en orsak till att lusten att lära matematik avtar, är det faktum att lärarna tar till sig, som han ansåg, läromedlens "begränsade bild av matematik".

Inspektörerna ifrågasätter inte *att* utan *hur* och *varför* läromedlet används. Några av de frågor som ställdes till lärarna var vad som styr deras val av innehåll och arbetsmetoder. Vilka överväganden görs? Varför väljer man just dessa uppgifter? Varför är undervisningen organiserad just så? Två förhållningssätt träder fram i intervjuvären:

- att låta ett läromedel stå för måltolkning, arbetsmetoder och uppgiftsval, vilket är det i särklass vanligaste förhållningssättet i matematikämnet eller
- att utgå från kursplanens strävansmål och uppnåendemål och planera en variationsrik väg som leder fram mot målen med hjälp av olika slags läromedel och arbetssätt, vilket enligt intervjuer och observationer är ovanligt i matematikundervisningen.

Genom att utgå från kursplanernas beskrivningar av strävansmål och uppnåendemål kan lärarens och elevernas egen kreativitet få större spelrum och fler möjligheter ges att hitta olika vägar och metoder för att nå ett lustfyllt och intressant lärande. Detta utesluter som redan sagts på intet sätt läroboken, men med flera komponenter skapas lättare olika bilder, kopplingar och perspektiv som tillsammans kan bidra till elevernas förståelse och intresse för i detta fall matematik. Lärare behöver också själva tolka målen för att kunna välja adekvata läromedel som stämmer

överens med nationella mål och elevernas behov, och för att sortera och välja lämpliga uppgifter. De skyldigheter och möjligheter som systemet rymmer att tolka läro- och kursplanemål tas uppenbarligen ofta inte alls tillvara. Granskningen visar att ett ensidigt, enskilt arbete i läroboken bidrar till en alltför monoton och variationsfattig undervisning.

En konsekvens av lärobokens i det närmaste totala dominans vad gäller matematikämnets innehåll och form är bl.a. att kunskapsmålen (i begränsad mening) dominerar på bekostnad av de demokrati- och bildningsmål som ska genomsyra all verksamhet i skolan, också matematikundervisningen.

Lärare som medvetet har valt läromedel utifrån målen i kursplanen anser att de med läromedlets hjälp förändrat sitt arbetssätt på ett sätt som främjar lusten att lära samt stimulerar kreativt tänkande och olika lösningsstrategier. På en skola har t.ex. problemlösning introducerats tidigare för de yngre eleverna än vad som brukar vara vanligt. Några lärare i år 5 säger sig aldrig ha haft så mycket "pratmatte" som nu, dvs. genomgångar och diskussioner med eleverna om bl.a. begrepp, strategier och metoder. Lärarna menar att eleverna i detta arbetssätt vet att de måste förstå både matematiska begrepp och lösningsmetoder, samt att förståelsen i sig är motivationshöjande och hjälper eleverna att gå framåt i utvecklingen. Läromedlet har lett till en större medvetenhet hos lärarna och det verkar som om dessa lärare går emot den generella trend i Sverige som många redan har uppfattat och som bekräftas i granskningen, nämligen att ha allt färre och kortare gemensamma diskussioner med eleverna.

Andra lärares reaktioner är åter intressanta att diskutera. Dessa ansåg att matematikundervisning utan lärobok eller där läroboken har en underordnad roll knappast skulle fungera utan medverkan av en mycket erfaren lärare. Många säger sig uppskatta att kollegor satsar arbete på att finna alternativa arbetssätt och är intresserade av att komplettera sina böcker med det material som eventuellt kommer fram. En viss skepsis kan emellertid märkas mot åsikten att just förekomsten av en lärobok skulle vara det som har en negativ inverkan på lärandet. Många läromedel innehåller olika spår, kanaler och nivåer som rätt hanterade kan ge läraren möjlighet att följa elevens utveckling och gå in och samtala om hur eleven tänkt, sätta in stöd, förse eleven med extra materiel osv. vilket är det viktiga vare sig man har en lärobok eller ej, menar dessa lärare.

Helhet och sammanhang i undervisningen

De nationella målen talar om att skolans arbete ska ske på ett sådant sätt att eleverna uppfattar helheten i undervisningen. Granskningen visar att

ämnesövergripande arbeten relativt ofta förekommer i olika ämneskonstellationer på de besökta skolorna i ett försök att skapa helhet och sammanhang och för att öka elevernas lust att lära. Matematik ingår sällan i sådana ämnessamarbeten. När det sker i de senare åren är det oftast med fysik, kemi och eventuellt biologi. Elever med erfarenhet av projekt där även matematik har ingått såväl på grund- som gymnasieskolan, säger att motivationen har ökat när de ser vad matematik kan användas till. Andra har tyckt att det visserligen är roligt med projektarbete men att de inte har lärt sig något nytt i själva ämnet. Lärarnas uppfattning är att det är svårt att träna basfärdigheter med ett sådant arbets sätt, att det finns risk för att matematikämnet får mindre tid och att det är svårt för läraren att ha kontroll över vad eleverna lär sig. Med motiveringen att eleverna ska kunna nå kursplanernas mål sker därför undervisningen i matematik oftast utanför tematiska studier. Motsatta uppfattningar säger att övergripande läroplansmål som demokrati- och bildningsaspekterna lättare kan fångas i sammanhang där flera ämnen samspekar.

En osäkerhet om relationen mellan läroplansmål och ämnes- / kursmål har inspektörerna mött hos flera lärare. Några lärare i grundskolan hade uppfattat att kunskapsmål och värdegrundsmål löper parallellt i stället för att vara integrerade i den dagliga undervisningen, vilket är avsikten och också skolans uppdrag. Man uttryckte stor osäkerhet om vilken sorts kunskap uppdraget egentligen handlar om. Är det kunskaper som mäts i uppnåendemålen och som uppfattades som "smala" eller den sorts kunskap som innebär strategier för att söka ny kunskap och som eleverna tränar t.ex. med hjälp av projektarbeten? "Vågar vi tona ner kunskapsmålen under en period och ge värdegrundsmålen en chans och lita på att detta på sikt gynnar elevernas kunskapsutveckling?" undrade man. Den risk de då ansåg sig ta gällde främst elever som har svårt att nå godkändgränsen.

Ett sätt att kombinera matematik med andra ämnen har vi bl.a. mött på program med yrkesämnena på gymnasieskolan, där matematik har knytats till karaktärsämnena. På en skola samverkade man i karaktärsämnet, svenska och matematik under särskilda matematikveckor för att göra matematik mer spännande, ge eleverna mer tid att koncentrera sig på ämnesområdet, minska elevernas olust och höja deras kunnande. Vad var bäst med veckan? "Vet inte, jag trodde inte att jag skulle överleva en mattevecka men det var inte så hemskt som jag väntat mig. Jag blev positivt överraskad! Tack för en 3:vlig vecka!" skrev en elev i den utvärdering som följde.

Nivågruppering – en vanlig åtgärd

De nivåer eller spår som finns i vissa läroböcker styr ofta indelningen av elever i olika nivågrupperingar, något som är vanligt förekommande.²⁵ Generellt sett tycks åtgärder för att förbättra matematikundervisningen vara begränsade till organisatoriska åtgärder som nivågruppering, mindre klasser och mer tid. Att utveckla mer elevaktiva och mer problemorienterade arbetssätt ses ofta inte som realistiskt. Frågan om nivågruppering är dock svår och komplicerad och värdet av denna typ av grupperingar i förhållande till lusten att lära har också varit svårt att fånga. Enligt Skolverkets studie om elevgrupperingar i skolarbetet²⁶ tycks det t.ex. inte vara grupperingarna i sig som har betydelse. Innehållet och utformningen av undervisningen har störst effekt för resultatet.

Granskningen har visat att elever grupperas i en ”snabb” grupp, en ”mellangrupp” och så en liten ”långsam” grupp för de elever som anses ha det mest bekymmersamt med matematik. Ett intryck av granskningen är att nivågrupperingen främst är ett resultat av svårigheten att hantera de ”långsammare” eleverna. Skillnaderna mellan grupperna handlar oftast om att hinna med fler eller färre moment eller mer eller mindre avancerade uppgifter. Inspektörerna har emellertid noterat att de möjligheter till alternativa arbetssätt som olika grupperingar ger skulle kunna tillvaratas på ett betydligt bättre sätt än vad som görs. De syften för nivågruppering som har angetts är att eleverna ska få undervisning ”på rätt nivå”, att de ska ”känna sig sedda” och att så många som möjligt ska ”känna att de lyckas”. I viss mån kan det nog också vara så. Elever som har fått adekvat hjälp i ”långsamma” grupper har fått en ökad lust att lära och elever som har ett särskilt intresse för matematik kan få sina behov tillgodosedda. I många skolor har emellertid syftet med nivågruppering varit oklart. Varför då gå vägen över kategorisering och gruppindelning av elever om det enbart innebär enskilt arbete i en bok i eget tempo i stället för att arbeta på ett annorlunda sätt med lärandet?

Nivågruppering beskrivs i positiva ordalag i flera elev-, lärar- och föräldraintervjuer. Inspektörerna menar dock att man från skolans sida behöver uppmärksamma och problematisera även de negativa konsekvenser, som upplevs av många elever och som också har kommit fram i olika studier. Ett kritiskt argument är att elever riskerar ”inlåsning” på ”fel nivå” och att förväntningarna på vad en elev kan prestera är olika, be-

²⁵ Lärarenkäten i samband med granskningen ger resultatet att undervisning av eleverna ”grupperade efter prestationsnivå istället för blandade klasser/grupper” görs mesta tiden eller under flera veckor per termin av 20-25 procent av lärare som angivit att de undervisar i matematik och av något fler lärare som angivit andra ämnen. Drygt hälften har angett att de sällan eller aldrig gör det.

²⁶ Wallby, K., Carlsson, S.&Nyström, P. (2001). Elevgrupperingar. En kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning. Stockholm: Skolverket

roende på vilken nivå denne är inplacerad i. Många gånger har elever givit uttryck för uppgivenhet när de har insett att de inte kan uppnå mål och ett betyg som de hade hoppats på därför att de gått i "fel" grupp och det har varit "för sent" att byta. Och omvänt, elever upplever att det ställs olika krav för olika betygsnivåer beroende på nivån i den grupp man befinner sig i.

Det finns också en uppenbar risk för och indikationer på att det ställs alltför låga krav och förväntningar på elever i de "långsammare" grupperna, vilket även lärare uttrycker. Det finns exempel på att förväntningarna på de "långsammare eleverna" är så låga att man tycks ha givit upp hoppet om att de ska klara av skolmatematiken. De skickligaste lärarna eller lärare med adekvat utbildning har inte alltid hand om dessa grupper, vilket borde vara fallet. På en av de granskade gymnasieskolorna är dock stödet för elever med särskilda svårigheter bl.a. i matematik väl utbyggt jämfört med andra gymnasieenheter. Den speciella omsorgen om dessa elever är också något av skolans profil. Begreppet "nivågruppering" ingår inte i denna skolas vokabulär. I stället talas om kurser som läggs upp i samarbete med eleverna och som har förlängd undervisningstid.

Behovet av extra stöd

När det gäller de elever som inte når uppsatta mål och som har behov av ett extra stöd för att komma framåt i sitt kunnande, bl.a. i matematik, har vi funnit en rad olika förklaringar till elevers svårigheter. Det har funnits två mönster när orsaken till problemet beskrivs. Det ena innebär att problemet läggs hos den enskilda eleven, det andra att elevens totala situation belyses, dvs. både eleven och den miljö hon ingår i. Beroende på var orsaken anses ligga, hanteras också uppkomna svårigheter på olika sätt. I en kommun var man på förvaltningsnivå medveten om tendensen att från skolans sida lägga skulden för dåliga betygsresultat på eleverna, en inställning som bl.a. förklarades med skolans "tradition". I en internutredning som kommunen gjorde på grund av att en stor del elever inte hade nått målen bekräftade den bilden. Där framgick att de flesta elever lade skulden för sina misslyckanden på sig själva.

Följande, fiktiva beskrivning illustrerar olika sätt att möta elever i svårigheter beroende på var orsaken till problemet anses ligga. Den kan fungera som grund för vidare diskussioner kring undervisning och elever i svårigheter. En speciallärare beskrev en undervisningsgrupp på ca 20 elever. 1-2 elever ansågs ha så goda förutsättningar att de klarar sig bra oavsett vilken undervisning de utsätts för. Cirka åtta elever är "skolanpassade" och tar tillvara de goda erfarenheterna. Åtta andra elever är särskilt känsliga för vilken typ av undervisning de möter. 1-2 elever, slutligen,

är i behov av specifik hjälp för att kunna utvecklas i positiv riktning. Lärarens inställning till elevers svårigheter är troligen mest betydelsefull för de åtta elever som i exemplet är särskilt beroende av vilken undervisning de exponeras för. Bjuds de en undervisning som gör det möjligt att lyckas på flera olika sätt finns det en chans att fler elever klarar sig utan specialundervisning. Fokuseras däremot problem hos den enskilde eleven, ökar risken att det också uppstår problem. ”Det är då ropen höjs på mer specialundervisning”, menade specialläraren. En framkomligare väg vore att utveckla en undervisning som tillåter fler elever att lyckas ”i den vanliga” undervisningen. Självfallet finns det ett antal elever som är i behov av professionella stödinsatser men den gruppen är inte lika stor som den som idag får ”specialundervisning”, ansåg läraren.

Det är med andra ord viktigt att se över den stödundervisning som ges och de överväganden som görs. Även stödundervisningen behöver kvalitetssäkras, vilket för närvarande inte tycks ske. Enligt förarbetena till bestämmelserna om åtgärdsprogram²⁷ är det lämpligt att dessa omfattar hela skolsituationen. Ett åtgärdsprogram ska vara ett redskap och hjälpmedel för skolans personal att planera och utveckla hela den pedagogiska verksamheten kring den enskilde eleven. Det kan på skolnivå exempelvis omfatta kompetensutveckling för vissa lärare, arbetslag eller all personal, på klassrumsnivå att för t.ex. matematikens del lägga om undervisningen från enbart tyst räknande till mer gemensam problemlösning och undersökande arbete och att göra eleverna delaktiga i vilka mål de arbetar mot. På individnivå kan det innebära att specialpedagogen kartlägger elevens starka och svaga sidor och tillsammans med läraren/arbetslaget föreslår lämpliga åtgärder som diskuteras med elev och föräldrar.

Språk och matematik – ett tydligt samband

Sambandet mellan god språkbehärskning och matematisk förståelse är väl belagt såväl i praktiskt pedagogiskt arbete som i forskning. Ett väl utvecklat språk är en nödvändig förutsättning för allt annat lärande, också i matematik. Med hjälp av språket utvecklas matematiska begrepp, eleven blir medveten om sitt kunnande och om hur man lär. I undervisningen behöver eleverna därför ges utrymme att förklara hur de har tänkt, hur de löst uppgifter och de behöver delta i samtal kring matematik som ett led i att utveckla sitt matematiska språk, sitt matematiska tänkande och sin förståelse. Barnens språkutveckling prioriteras starkt i förskolan och grundskolan, särskilt under de tidiga skolåren. I många kommuner arbetar man t.ex. med ambitiösa språkutvecklingsprojekt för barn och yngre elever.

²⁷ GrF 5 kap. 1 §

Krav på resultat och förändrad undervisningspraktik

Matematikundervisningen betraktas av många som traditionstyngd till både innehåll och arbetsformer, vilket kan vara en av flera förklaringar till den undervisningspraktik som råder. Majoriteten av matematiklärarna vid de besökta grundskolorna med år 7-9 samt gymnasieenheterna lägger sin undervisning nära läroboken. De ser som sin huvuduppgift att strukturera och gå igenom ett omfattande undervisningsinnehåll för eleverna så att de klarar betygskrav och nationella prov. Under kravet att bidra till att alla elever når minst betyget Godkänd i de nationella proven och målen att uppnå i år 9 förefaller det vara lättare att falla tillbaka på traditionen än att ta tid till att utforma annan undervisningspraktik. Enligt inspektörsrapporterna tenderar denna tradition även, trots intentionerna, att påverka undervisningen redan i förskoleklassen i riktning mot en allt tidigare skolkod. Förskolans pedagoger är skickliga i att utnyttja icke formaliserade sammanhang för att stödja barnens lärande, ett arbetsätt som i stället bör bevaras och tas tillvara av pedagogerna under den följande skoltiden.

Ett övervägande intryck är således att lärarna har starka ambitioner att förbereda eleverna väl i matematik inför kommande yrkesliv och fortsatta studier. En del uttrycker att de vill utveckla sin undervisning i linje med strävansmålen, lära eleverna att tänka logiskt, ge dem självförtroende i relation till matematik och få dem att behärska matematik som behövs för att klara vardagen. Men dessa lärare är osäkra på hur stort friutrymme för utveckling är, vad en förändrad undervisning skulle kunna vara för olika elevgrupper med olika förutsättningar och om en sådan förändring verkligen skulle vara bättre för deras elever under de praktiska villkor som råder på skolorna.

Flera lärare på gymnasieskolan har tankar om annat undervisningsinnehåll och metoder som de skulle vilja utveckla eller pröva, t.ex. att utveckla laborationer där grafitande räknare används, att analysera funktioner med hjälp av dataprogram, att utveckla elevers kunskaper om det matematiska språket eller att samarbeta med samhällskunskap och historia kring statistiska undersökningar och gallupundersökningar. De största hindren för en sådan utveckling ser lärarna i att det skulle stjåla för mycket tid från kurserna i matematik. Särskilt de högre matematikkurserna anses vara hårt innehållsstyrda och tidspressade. Som hinder nämns också, av representanter för gymnasieskolan, att elevers förkunskaper inte alltid svarar mot de krav för Godkänd som ställs i grundskolans kursplan. Ett ytterligare hinder är enligt lärarna att det finns lite tid till samverkan kring matematikämnet. Pedagogiska diskussioner på skolorna har i första hand gällt utveckling kring programmen, säger lärarna.

En del lärare i matematik upplever vissa målkonflikter i den statliga styrningen. Läroplanen uppmanar till problembaserad, verklighetsanknuten undervisning – kursplanerna talar ett annat språk, menar dessa lärare. Uppfattningen finns också att tiden för matematik har minskat när antalet undervisningstimmar per kurs inte längre styrs upp av staten. Lärare har också pekat på att undervisningsgruppens storlek upplevs begränsande för vad som är möjligt att göra och att de nationella proven inte styr åt rätt håll. Staten och Skolverket uppmanar till infärgning mot program men de nationella proven är inte programanpassade eller, alternativt, innehåller endast enstaka anpassade uppgifter där anpassningen känns ”påklitrad”, enligt vissa lärare. Önskemål har framförts om konkreta exempel på hur undervisningen kan utvecklas i riktning mot övergripande mål t.ex. i A-kursen på gymnasieskolan.

Granskningen har även uppmärksammat en viss motsättning i kursplanerna för grundskolan. Målen att sträva mot visar på kompetenser (”förmåga att formulera, gestalta och lösa problem”, ”inser att matematiken har spelat och spelar en viktig roll...”, etc.). Kursplanernas mål att uppnå specificerar kraftigt innehållet i matematikkunskaperna (”kunna räkna med naturliga tal – i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med miniräknare”, ”kunna använda begreppet sannolikhet i enkla slumpsituationer”, etc.). Strävansmålen är också sällan framträdande eller ”synliga” i undervisningspraktiken, enligt observationerna under granskningen. Kursmålen har vidare blivit alltmer avancerade. En genomgång och jämförelse av antal mål att uppnå för år 5 och 9 i grundskolan, betygskriterier för VG och MVG för år 9 samt mål att uppnå efter avslutad kurs A och betygskriterier för de tre betygsnivåerna i gymnasieskolan redovisas av prof. Tomas Kroksmark.²⁸ Jämförelsen visar att matematik har långt fler sådana mål och betygskriterier (357) jämfört med engelska (180) och svenska (246). Det framkommer vidare att det är nästan sex gånger så många krav i mål att uppnå i år 9 i matematik (109) jämfört med engelska (34) på samma nivå. Olika nivåer inom matematikämnet uppvisar också stora skillnader.

I gymnasieskolan skall matematikkunskaper enligt strävansmålen breddas och fördjupas. Det förefaller klart att kurs A för samtliga elever har karaktären av att befästa baskunskaper inom det matematikstoff som behandlats i grundskolan. Kursplanen uppfattas innehålla endast mycket marginella tillskott i stoffet utöver grundskolans kursplan. Kursen läses av elever med vitt skilda studieinriktningar och enligt kursplanen skall uppläggnings anpassas och problem väljas med hänsyn till elevernas studieinrikt-

²⁸ Att bedöma eller döma, tio artiklar om bedömning och betygssättning. Skolverket (2002).

ning. Syftet med kursen är att ge en allmän medborgarkompetens (vilket var målet redan i grundskolan), samt att ge en tillräcklig matematikkompetens för den valda studieinriktningen. För majoriteten elever inom programmen med yrkesämnen verkar det första syftet i stort sett anses vara liktydigt med det andra. För elever som avser att fortsätta med matematik, som på de naturvetenskapliga och tekniska programmen, uppfattas A-kursen i praktiken ge *utvidgade* kunskaper och förmåga att behärska en större komplexitet inom ämnesmomenten som alla behandlats i grundskolan. Eleverna skall därigenom ha förberetts så att de har möjlighet att inhämta de följande kurserna med mer komplicerad matematik.

Problematiken kring A- och B-kurserna i matematik gäller också att majoriteten av de elever som inte går de naturvetenskapliga och tekniska programmen ger uttryck för en negativ syn på matematik. Många av dem ser A-kursen och även B-kursen bara som en fråga om att samla de betyg och gymnasiepoäng de behöver i sin fortsatta utbildning. Andra upplever att matematik innehållsligt saknar relevans både i skolan och för eventuell fortsatt utbildning. Särskilt tydligt uttrycks sådana åsikter i granskningen av elever från det Estetiska programmet (ES) och Barn- och fritidsprogrammet (BF). Elevernas negativa bild av matematik återspeglas också i de nationellt inrapporterade resultaten på det nationella provet för A-kursen, där vissa terminer upp till 50 procent av eleverna på flera program inte når upp till ett godkänt resultat.

Orsakerna till att så många elever intar en så utpräglat negativ attityd till matematikämnet diskuteras i flera sammanhang i denna rapport. Lärarna söker förklaringar på många håll och en del lovvärda försök görs för att förbättra situationen. Enligt mål att sträva mot i kursplanen för matematik för gymnasieskolan skall skolan i sin matematikundervisning sträva efter att eleverna utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik. En fråga som har ställts är om den nuvarande ordningen erbjuder realistiska förutsättningar för lärarna och eleverna att komma nära detta mål i sådana program där matematik inte upplevs som ett centralt karaktärsämne.

Lärare som undervisar i klasser med en stor andel omotiverade elever verkar många gånger resignerade och tycks ha ganska låga förväntningar på att klara alla sina elever genom gymnasieskolans A- och B-kurser i t.ex. matematik. Elever på gymnasieskolan säger sig också uppleva att det inte är ovanligt att lärare bemöter elever olika på olika program med olika stora förväntningar. En elev på ett program med yrkesämnen tror t.ex. att "Lärarnas attityd beror på hur seriösa eleverna är. Vi går dit för att vi måste. Det är naturligt att lärare lägger mer energi på elever på NV-programmet eftersom de ska läsa mycket matte."

Lokalt förbättringsarbete

Kommuners och skolors arbete för att initiera och stödja arbetet med att skapa ökad lust för lärande och motivation kommer till uttryck både i kommunernas skolplaner och i aktiva och övergripande insatser av olika slag. De enskilda skolornas intentioner uttrycks på motsvarande sätt i arbetsplaner och i det dagliga arbetet. I många av de granskade kommunernas skolplaner förekommer formuleringar som på ett eller annat sätt anknyter till lusten att lära, ibland som mål i sig, ibland som medel för att nå kunskapsmålen. I några planer har det getts en mycket framträdande roll, i andra är intrycket att det främst fungerar som honnörsord som inte är knutna till några specifika mål, någon särskild strategi eller förslag till åtgärder. I de lokala arbetsplanerna finner man oftare målformuleringar, mer eller mindre tydliga, som rör elevernas lust att lära. Ju yngre elever, desto vanligare med tydliga mål som anknyter till lusten att lära. Social gemenskap, trygghet och tillit till den egna förmågan betonas särskilt. För grundskolans senare år och gymnasieskolan finns däremot få exempel på målformuleringar som explicit anknyter till lust att lära. Kunskapsmålen blir allt viktigare och motivationens betydelse uppmärksammas inte i samma utsträckning. Här förekommer det oftare att målen uttrycks t.ex. i form av listningar av specifika kompetenser som behövs i samhälls- och arbetslivet. I de fall matematikämnet omnämns handlar det om användning av nationella prov och diagnoser eller om målet att alla avgångselever i år 9 ska ha Godkänd (G) i matematik. Någon direkt koppling mellan lusten att lära och matematik har inspektörerna inte sett i dessa sammanhang.

Avståndet mellan kommunal vision och klassrum är många gånger stort. Observationer, intervjuer och samtal visar att den entusiasm för visioner som ibland uttrycks av politiker och ledningsansvariga inte alltid återfinns hos flertalet lärare, elever och föräldrar. Ett exempel på hur svårt det kan vara att förankra mycket goda intentioner från huvudmannens sida, bl.a. uttryckta i väl framskrivna mål om lusten att lära i skolplanen, gavs från en kommun. Förvaltningsledningen ansåg att skolplanen var väl förankrad på skolorna. Lärarna på dessa skolor sade emellertid att de hade tillräckligt med den vardag och de förändringar som förelåg och att de inte hade arbetat utifrån skolplanen ännu. En reflektion

från granskningen var att utvecklingen av utbildningssystemet ibland tycks ”rusa på papperet men skyndar långsamt i verkligheten.”

Bilden är dock inte entydig. Inspektörer har också rapporterat om tecken på ett mer medvetet kvalitetsarbete än tidigare i skolor och kommuner hos både ledningsansvariga och lärare. I granskningen har även givits exempel på att skolplanen verkligen har fått genomslag i den konkreta verksamheten. En fungerande dialog mellan politiker/förvaltningsledning, rektorer och lärare har där varit en förutsättning för en någorlunda gemensam kultur och syn på verksamheten.

Kompetensutveckling och skolutveckling

I intervjuerna med elever, lärare, rektorer och föräldrar identifieras, som tidigare nämnts, olika faktorer i undervisningen som kan påverka elevernas lust att lära. En undervisning där man tar hänsyn till dessa faktorer skulle vara åtskilligt mer motiverande för eleverna. Granskningen indikerar också, att det finns ett samband mellan elevers lust att lära matematik och tillit till den egna förmågan att lära. För eleverna har det betydelse om de förstår meningen med sina studier. När det gäller matematikämnet tycks det i många fall inte vara lusten att lära matematik i sig som saknas, utan lusten att lära något som man inte förstår och inte ser nyttan med. Samtidigt efterfrågar många lärare möjligheter till erfarenhetsutbyte, samarbete och kompetensutveckling i matematik. Lärarna skulle behöva sådant stöd.

I varierande utsträckning förekommer planerade diskussioner om hur undervisningen kan förändras och utvecklas för att svara mot förväntningarna och stärka elevers lust att lära. Behovet av pedagogiska samtal är mycket stort men en majoritet av lärarna anser att tid och utrymme saknas. De praktiska frågorna tar oftast överhand. Lärarna vill ha utrymme för samtal om frågor som rör elevers lärande och motivation, villkoren för ökad lust för lärande och hur undervisningen kan utvecklas i allmänhet och i matematik i synnerhet, i riktning mot ett ökat elevengagemang och ökad förståelse. Det dagliga arbetet kräver tid för samtal, reflektion och samverkan av olika slag för att ge nya infallsvinklar och stimulans. Många lärare har önskemål om att hitta en organisation, så att de kan utnyttja varandras kompetens bättre.

Lärarnas ämneskunnande i matematik uppfattas i allmänhet som tillräckligt av skollledning och lärare i grundskolans senare år och gymnasieskolan. Däremot efterfrågas ökade kunskaper i ämnesdidaktik och specialpedagogik. Förskollärare och lärare i de tidiga skolåren tar mest frekvent upp att de saknar tillräckligt ämneskunnande och ämnesdidaktisk kunskap i matematik och behöver fördjupa sina kunskaper

inom dessa områden. Andra angelägna områden som nämns av lärare i grundskolan och gymnasieskolan är utvärdering och validering, ämnenas vardagsanknytning, ny teknik, inlärningsstilar och utvecklingssamtal. Portfoliomethodik och annan form av dokumentation och utvärdering tas upp. Psykosociala aspekter som stresshantering och mänskliga relationer är också teman som nämns. Matematikbiennaler och matematikbiennetter lockar många matematiklärare, som anser att det är en utmärkt form för kompetensutveckling.

Eleverna anser att lärare borde ha mer kunskap om hur elever kan tänka om matematik och om att elever kan tänka på olika sätt i matematik. Det är lika viktigt i alla ämnen. Lärare som har förstått det är ofta mycket bra lärare, enligt eleverna. Elever på NV-programmet betonar just detta, att olika personer har olika sätt att tänka och att många lärare inte försöker förstå hur eleverna tänker. Enligt en elev på ett program med yrkesämnen "...känner man sig ännu dummare än vanligt när man ber om hjälp och läraren förklarar och förklarar men man ändå inte förstår och man heller inte kan förklara vad det är man inte förstår." Det skulle hjälpa om man i stället kunde få det förklarat på ett annat sätt, menar eleverna.

Kompetensutveckling i matematik genom erfarenhetsutbyte och spridning av goda exempel efterfrågas således men lämpliga former behöver utvecklas. Hur man kan synliggöra och ta tillvara de resurser som redan finns lokalt samt utforma rutiner för erfarenhetsspridning är ett generellt problem som behöver diskuteras i kommuner och på skolor. Ett positivt exempel gavs från en kommun där ett flertal lärare gick en utbildning i specialpedagogik och där man också hade utformat strategier för att ta tillvara kompetensen hos dessa lärare. En av dem arbetade t.ex. med en studie kring matematik och lusten att lära och kunde delge intressanta resultat.

Utvecklingsarbete

För ett kraftfullt utvecklingsarbete är det nödvändigt med tillskott i form av stöd och impulser utifrån men det behövs även en kultur som innebär att man på skolor och i kommuner kontinuerligt följer vad som sker inom forskning och utvecklingsarbete, nationellt och internationellt. Ett positivt exempel var några rektorer som kontinuerligt följer den pedagogiska debatten, ger personalen förslag på litteratur och uppmuntrar lärare att delta i inspirerande kompetensutveckling. Ett annat exempel som också visar det pedagogiska ledarskapets betydelse för utveckling av verksamheten är arbetet på en förskola som karakteriseras av stor professionalitet. Personalen är väl inläst på och insatt i allmäntdidaktiska

frågor, kompetensutveckling hos enskilda medarbetare sprids i personalgruppen, i detta fall aktionslärande, dvs. ett samarbetsprojekt mellan lärare och en forskare, och enskild och gemensam reflektion är ett naturligt inslag i det dagliga arbetet. Personalen menar att detta är resultatet av ett medvetet, närvarande och inspirerande pedagogiskt ledarskap. Granskningen visar bl.a. att tillgången på didaktisk litteratur och tidskrifter på många håll är mycket bristfällig. Tidskriften *Nämnamnaren*, utgiven av Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM) finns exempelvis visserligen i ett flertal kommuner och enheter men intrycket är att man sällan har några strategier för att omsätta innehållet i undervisningen.

I mer än hälften av kommunerna finns mer eller mindre utvecklat och långsiktigt samarbete med högskolor och universitet. Det gäller både kompetensutveckling för lärare och skolutvecklingsprojekt för eleverna. För skolor som ligger nära en högskola ges större möjligheter och ett mer varierat utbud. Exempel på anknytning till matematik är "Matematik med guldkant", "Hjärnan vill ha kul" och "Kreativ undervisning i matematik". Ett annat exempel är att pröva och utveckla arbetsätt och innehåll i gymnasieskolans A-kurs i matematik som bör kunna leda till ökat självförtroende och ökat intresse för matematik hos eleverna.

I ett mycket uppskattat samarbetsprojekt mellan högskola och skola i en kommun har olika didaktiska frågor diskuterats och olika idéer prövats i undervisningen. En fortsättning har diskuterats men ett villkor är att även rektorerna deltar för att kompetensutvecklingsinsatsen därigenom ska få bättre genomslag och kvalitet.

Flera lärare läser av eget intresse och utan stöd från arbetsgivare olika poängkurser på högskolan i matematik eller didaktik, anordnade av universitet och högskolor. Initiativet till deltagande har ofta tagits av lärarna själva. Många kommuner satsar på att lärare i form av olika poängkurser ska få speciallärarkompetens och att ett mindre antal lärare utbildas till specialpedagoger.

Ett fåtal utvecklingsprojekt i matematik har beskrivits under granskningen. Inspektörer har noterat att utvecklingsarbeten i matematik delvis tycks ske på enskilda lärares initiativ utan att dessa arbeten (några är nationellt uppmärksammade) tas om hand av skolledning och förvaltning för att komma hela kommunen till godo. Ett mer aktivt arbete med behovsanalys, samordning, stöd och uppmuntran från ledningarnas sida skulle på många håll med stor sannolikhet föra med sig ett mer positivt utvecklings- och förändringsklimat på de enskilda skolorna.

Som exempel på utvecklingsarbete kan nämnas att vid en skola har två lärare på eget initiativ bedrivit ett omfattande utvecklingsarbete i matematik för NV-programmet. Lärarna har lagt ned mycket tid på att ta fram

laborationer inom strategiskt valda områden i matematik med syfte att elevtankar skall bli undervisningsinnehåll. Med laborationerna vill lärarna underlätta lärande och förståelse av grundläggande och kritiska begrepp i matematikkursen. Lärarna har också tagit fram en samling utmanande elevaktiviteter samt utvecklat en modell för utvärdering. Något stöd i sitt utvecklingsarbete anser de sig tyvärr inte ha fått, varken från kommunen eller från skolledningen. Innehållet i deras arbete är inte spritt på den egna skolan och är okänt för matematiklärare på andra skolor.

Då det gäller utvecklingsarbeten i matematik kan sammanfattningsvis sägas att, med tanke på antalet lärare (och elever) som omfattas av denna undervisning, sådana pågår i relativt måttlig utsträckning och flertalet syftar till endast måttliga förändringar. Många utvecklar material för ett mer laborativt arbetssätt och en del syftar till att öka samverkan mellan ämnen.

Kan vi lära av andra länder?

I den internationella undersökningen av elevers kunskaper i matematik, TIMSS, har i ett delprojekt ett forskarlag²⁹ med hjälp av videoinspelningar jämfört och analyserat matematiklektioner för 13-åringar i Japan, Tyskland och USA.³⁰ Speciellt stora och intressanta skillnader vad gäller undervisningens innehåll och form fann man mellan Japan och USA.³¹ Undervisningen i Japan beskrivs som ett samspel mellan matematik och eleverna, i USA som ett samspel mellan läraren och eleverna och i Tyskland mellan matematik och läraren. I Japan används mer undervisningstid till att utveckla begrepp och idéer och till att koppla begrepp till procedurer. Eleverna ägnar relativt lite tid åt att öva rutinfärdigheter i skolan eftersom lärarna utgår ifrån att de japanska eleverna i stor utsträckning övar dessa hemma och att de där får hjälp med läxor och övningsuppgifter.³² Stort utrymme ägnas istället åt arbete med bevis och analyser av olika problem och lösningar. Eleverna kan t.ex. under en lektion arbeta med ett eller två noga utvalda problem, som syftar till att utmana och vidga gränserna för elevers tänkande. Därefter får de delge varandra sina lösningar. Variationen i förslag och lösningar används som utgångspunkt för att lyfta fram viktiga aspekter av elevernas arbeten. Den

²⁹ Stigler, J.W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free press

³⁰ Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2001) *Elevgrupperingar. En kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning*. Stockholm: Skolverket

³¹ Johansson, B. & Emanuelsson, G. (1999). *Lektioner i USA och Japan*. *Nämaren* 26(3), 46-47

³² Keitel, C. (1998) *Was ist das Geheimnis des japanischen Mathematikunterrichts?* In: *Mathematik lehren*, 90, 10/98

amerikanske läraren undervisar kring hur eleverna ska lösa problemen steg för steg, med hjälp av s.k. lotsning. Ingen elev ska behöva bli förvirrad eller utsättas för att inte kunna.

Ett intressant resultat från denna delstudie handlar om en tradition och kultur där japanska lärare i samarbete med kollegor utvecklar sina lektioner och därmed sin lärarprofessionalitet. I Japan satsas det på att utveckla allt bättre matematiklektioner genom ett strukturerat samarbete mellan lärare som möts varje vecka. De utformar, kritiserar, reviderar och utprövar lektioner. Det kan ta upp till ett år att utveckla en serie på t.ex. tre lektioner. Fokus ligger på lektionen och inte på den enskilde läraren. När utvecklingsarbetet är klart sprids lektionsbeskrivningar till andra lärare. I Japan är arbetet långsiktigt och det är lärarna och eleverna som driver utvecklingen framåt.³³ En intressant jämförelse kan göras med många svenska lärares starkt uttryckta önskemål om tid och utrymme för pedagogiska diskussioner och tid för samarbete både vertikalt och horisontellt.

³³ <http://nces.ed.gov/timss/video/index.html> US Department of Education, Videotape Classroom Study.

Sammanfattning

Det övergripande, generella intrycket efter granskningen är att barn och unga i de besökta skolorna i allmänhet känner lust att lära och har god tillit till sin förmåga att lära i olika sammanhang. Variationerna är dock stora när det gäller elevernas lust att lära matematik, liksom tilliten till den egna förmågan i matematik. De yngre elevernas naturliga nyfikenhet och lust att lära förändras under åren i skolsystemet, vilket särskilt gäller för matematik. Spridningen mellan elever som har lust att lära matematik och elever som inte har det blir tidigt synlig. I grundskolans år 7-9 och i gymnasieskolan har åsikterna bland ungdomarna om matematik polariserats. Skillnaderna mellan dem som förstår och tycker att innehållet är relevant och meningsfullt för deras personliga, sociala och kunskapsmässiga utveckling och dem som inte ser någon relevans alls med matematik, har ökat. Den senare gruppen elever kan inte se någon koppling till sina egna intressen och sitt eget liv och förstår inte hur de ska använda matematik i framtiden. Några elever – proportionellt få till antalet – är fascinerade av matematik i sig och av utmaningen i att lösa problem.

Att skapa förutsättningar för lust att lära generellt och i matematik är ett ansvar som inte ensamt vilar på lärarna. Här krävs gemensamma ansträngningar och insatser som måste fördelas på alla aktörer inom skolsystemet.

Politiker och förvaltningstjänstemän har i kommunen ett övergripande ansvar att *skapa förutsättningar* som genererar möjligheter att väcka och stödja lusten att lära. Det kan handla om ekonomiska och personella resurser, om möjligheter till kommunövergripande samarbete och satsningar på kompetensutveckling i olika former. Dit hör också att skapa och kraftfullt betona en organisation som underlättar dialog och kommunikation mellan lärare i både samma och skilda ämnen, inom och mellan förskolor och skolor, och tvärs över såväl arbetslags- som eventuella sektorsgränser. Sådana gränser tenderar att isolera lärare från varandra i stället för att stimulera ett brett, gemensamt och kraftfullt utvecklingsarbete. Huvudmännen har vidare, liksom skolledningarna, ett ansvar för att *betona betydelsen av den pedagogiska utvecklingen* i skolan, där frågor om elevens lärande, ämnesövergripande samarbete där även matematik ingår,

ämnesinnehåll och ämnesdidaktik ingår, liksom kunskap om faktorer som skapar lust att lära – och olust. Det behöver finnas arenor och tidsutrymme för sådana diskussioner.

Hit hör också att i övrigt verka för ett gott och *öppet samsamverksklimat* mellan olika skolor i kommunen, såväl kommunala som fristående. Utifrån ett nationellt och kommunalt perspektiv är det olyckligt om konkurrens om elever leder till att intressant och engagerande utvecklingsarbete stannar inom skolors – och klassrums – väggar. I stället bör de ingå i ett öppet och förutsättningslöst idéutbyte för att stimulera en skolutveckling som är viktig för samtliga. Det är inspektörsgruppens absoluta intryck efter granskningen att det finns uttalade och mycket stora behov hos breda lärargrupper att ”få” ägna sig åt pedagogiskt utvecklingsarbete.

Skolledningarnas ansvarsområde sammanfaller delvis med det som sagts ovan. Ett aktivt *pedagogiskt ledarskap* stimulerar till erfarenhetsutbyte i vardagen, att följa kunskapsutveckling och debatt inom aktuella områden och att initiera och stödja kompetensutveckling i olika former. Det är även viktigt att nödvändiga *resursramar* skapas lokalt för att möjliggöra en undervisning som är lustfylld, engagerande och har hög kvalitet. Det är också en ytterst viktig uppgift att stödja lokala utvecklingsinitiativ från enskilda lärares sida och medverka till att erfarenheterna sprids. Det behövs likaså kommungemensamma strategier för att ta vara på idéer om utveckling generellt och om matematikundervisningen.

Förväntningarna på *läraren* är stora från elevernas sida. De tillmäter läraren mycket stor betydelse för att skolarbetet och matematik ska vara intressant, roligt och lärorikt. För ett väl fungerande samspel mellan lärare och elever krävs också att *eleverna* är medvetna om sin roll för ett gott arbetsklimat. En positiv inställning hos *föräldrarna* till kunskaper och lärande har stor betydelse för de ungas tillit till den egna förmågan. Föräldrarna har också en stor betydelse för barnens inställning till matematik.

Innehåll, arbetssätt och organisation är ett uppdrag till skolledare, lärare och elever. Sammanfattningsvis kan, enligt granskningsresultaten, utbildningens kvalitet förbättras genom att den i högre grad karakteriseras av följande:

- Mer varierande undervisning. Större flexibilitet och högre grad av anpassning till olika elevers/elevgruppers verkliga förkunskaper, förståelse, intresse och studieinriktning. Det gäller såväl innehåll, arbetssätt, läromedel som annat arbetsmateriel. De nationella målen är gemensamma för alla elever men kan nås på olika sätt.
- Ett relevant och begripligt innehåll. Större utrymme för fantasi, kreativitet och nyfikenhet. Uppgifter som utmanar, både läroboksbaserade och hämtade från autentiska situationer. Fler inslag av praktiska

tillämpningar och konkreta upplevelser av den abstrakta matematiken. Fler representationsformer än text som appellerar till fler sinnen och som skapar olika möjligheter till lärande, förståelse och upplevelser av att lyckas och som utgår från elevers olika behov.

- Varierat arbetssätt med inslag av laborativa metoder både individuellt och i olika gruppkonstellationer.
- En minskning av lärobokens närmast totala dominans i undervisningen till förmån för olika läromedel och undervisningsmateriel för att nå de nationella målen.
- Gemensamma samtal som utvecklar begreppsförståelse, matematiskt tänkande och olika val av strategier för att lösa matematiska problem. Reflektion och samtal kring olika sätt att tänka kring och lösa matematiska problem, i syfte att stärka elevens självförtroende, självvärdering och kompetensupplevelse.
- Ämnesövergripande samarbete där matematik anknyts till andra ämnen och ämnesområden. En tydlig tillämpning av matematikkunskaper i andra sammanhang än den "rent" matematiska skapar ökad förståelse.
- Allsidig utvärdering som lyfter fram olika kvaliteter i lärandet, vilket bland annat innebär fler bedömningsinstrument än skriftliga poängsatta prov.
- Adekvat återkoppling som leder eleverna vidare i lärande och förståelse.
- Tydliga mål och syften för studierna som en viktig förutsättning för att eleverna ska få grepp om sin kunskapsutveckling och ökad tillit till sin förmåga att lära och söka ny kunskap.
- Större möjligheter för eleverna till inflytande och påverkan på studierna.

Det är, slutligen, av stor vikt att initiera och understödja ett långsiktigt och genomtänkt utvecklingsarbete där lärarens professionalitet stärks genom förbättrad grundutbildning, fortlöpande kompetenshöjande skolbaserade verksamheter, ökad dialog mellan lärare samt mellan lärare och forskare för ett gemensamt lärande. Det är betydelsefullt att lärare får möjlighet att reflektera och forska om sin egen verksamhet och att goda exempel lyfts fram för erkännande och publicitet.

Det allmänna *samhällsklimatet* och de värderingar som dominerar i samhället, som kommer till uttryck i medier och bland olika aktörer i det offentliga samtalet har stor betydelse även för skolans möjligheter att bedriva en verksamhet av hög kvalitet med avseende på elevers lust att lära

och motivation. En positiv syn på kunskap, kultur och bildning, vad det betyder för både individ och samhälle och som får utrymme i den mediala världen kan ha stor betydelse för barns och ungas inställning till kunskap i allmänhet och matematik i synnerhet. "När såg man nåt om matte i TV senast?" undrade t.ex. några NV-elever som jämförde med spännande program om naturvetenskap. Ett stort ansvar ligger på staten att få till stånd en sådan diskussion.

Staten har också ett viktigt ansvar när det gäller att utforma, fastställa och informera om de nationella målen.

Frågor om urval, omfattning och balans mellan olika innehåll och kompetenser i kursplanerna i matematik för att möta de komplexa kraven i ett föränderligt samhälle är alltid aktuella. Traditionellt grundade övertygelser kring matematikundervisningens innehåll och former bör löpande ifrågasättas.

Det är av stor vikt att problematisera och reflektera över matematikundervisningens syfte och innehåll. Kan det specifikt svenska urvalet motiveras i förhållande till andra länders? Stämmer vår praktik med de mål och beskrivningar som finns i styrdokumentet? Vet vi att våra ungdomar verkligen får möta ett ämnesinnehåll och en undervisning om och i matematik som är relevant för deras framtida yrkes- och samhällsliv samt vidare studier? Dessa frågor bör ställas, belysas och diskuteras på alla nivåer i vårt utbildningssystem.

Förslag till åtgärder

För att stödja och upprätthålla barns och elevers lust att lära och för att förändra matematikundervisningen i positiv riktning behövs med andra ord en rad åtgärder på både nationell, kommun- och skolnivå.

- En bred, offentlig debatt som syftar till en allmänt ökad positiv syn på kunskap, bildning och ett brett kunnande, inte minst inom matematikområdet, och som även införlivar andra aktörer och avnämare, som t.ex. universitet och arbetslivsföreträdare. Debatten kan föras bland annat med denna rapport som stimulans. Skolans utbildning behöver detta stöd för att nå bättre kvalitet.
- En förutsättningslös, framtidsinriktad genomlysning av de nationella målen i matematik, som tar sikte på både innehåll och omfång sett utifrån olika elevgruppers behov och i relation till de övergripande målen för olika skolformer. Är kompetensmålen relevanta? Är uppnåendemaålen de facto innehållsmoment och i så fall är de relevanta? Detta är en uppgift för staten.
- Som lärare måste man känna till överbyggnaden i utbildningssystemet och att det ingår i det tjänsteuppdrag man har. Grundutbildningen av

lärare har här ett stort ansvar i synnerhet då det har visat sig att nya lärare har mycket bristfällig systemkunskap, dvs. kunskap om hur det nationella utbildningssystemet fungerar. Lusten att lära borde dessutom ligga som ett raster genom hela lärarutbildningen oberoende av skolår och ämnesspecialiseringar. Genom att föra samtal med barn och elever och ta reda på hur verksamma lärare gör kan lärarstudier och nya lärare, ja lärare överhuvudtaget, "gå på jakt efter lusten" och fundera över hur man ska hålla elevernas motivation och lust att lära vid liv. Hur man kan stimulera lusten att lära överhuvudtaget och i matematik är något de verksamma i skolan kontinuerligt behöver ha på sin dagordning. Hur elevers lust att lära väcks och hålls vid liv samt systemkunskap, bör därför vara två centrala områden som tydligt behöver integreras i grundutbildningen av lärare. Detta är också en uppgift som staten ansvarar för.

- Kommunerna och skolorna behöver fokusera på den pedagogiska verksamheten och elevens lärande. Efter 1990-talets starka koncentration på organisatoriska frågor, som t.ex. stora satsningar på arbetslagsutveckling och skolornas inre organisation, behöver ett starkt fokus riktas även på verksamhetens kärna, nämligen elevens lärande och de processer som samverkar för ett optimalt lärande. Dit hör att lärarna vid sidan av ämnesövergripande läroplaner behöver ges utrymme för ett ämnes-/ämnesområdesinriktat samarbete. Det bör också syfta till att utveckla undervisningen utifrån nationella mål på olika nivåer, kunskaper om lärande, olika elevers förutsättningar och behov, ämneskunskaper och innehåll samt ämnesdidaktik. Detta är särskilt viktigt i matematik. Det bör syfta till ökad skicklighet i att identifiera faktorer i lärmiljöerna som skapar lust respektive olust att lära och skicklighet i att tillämpa arbetssätt och välja innehåll som svarar mot aktuella elevgruppers behov. Det är nödvändigt för att ge elever en chans att uppleva matematiken som ett både relevant, begripligt och utmanande ämne som stärker elevers självtillit.
- Långsiktig kompetensutveckling för att stödja lärare att utveckla lärandet. Begreppet behöver vidgas till att omfatta både ett offentligt samtal, lokalt utvecklingsarbete och spridning av erfarenheter som görs på enskilda skolor och i kommuner. Olika former och forum behöver skapas, allt från formella kompetensutvecklingsinsatser till olika former för kollegialt, konstruktivt samarbete i vardagsarbetet inom och mellan skolor. Det är nödvändigt att tid avsätts till att kommunicera och reflektera över vad man gör i sin praktik. Lärare behöver ett djup i sina ämneskunskaper, t.ex. i matematik, som gör att de kan associera fritt över hela ämnesfältet, en kompetens som gör dem friare i förhållande

till läromedlet. Först då kan de ta hand om den frihet som de nationella måldokumentet uppmanar till. De behöver samtidigt en didaktisk kunskap i matematik så att de kan utgå från och bygga vidare på det matematiska tänkande som eleverna har med sig till klassrummet.

- Behoven hos förskolans och de tidiga skolårens personal behöver särskilt uppmärksammas vad gäller kompetensutvecklingsinsatser i matematik och matematikdidaktik. Rätt utformad bör en förstärkt kompetens ge bättre säkerhet och trygghet hos pedagogerna, något som i sin tur kan motverka risken för ”skolifiering” och läroboksberoende bland barn och yngre elever.

Underlag och genomförande

Granskningen har planerats med utgångspunkt i uppdraget från Skolverkets kvalitetsgranskningsnämnd, nationella mål och riktlinjer samt utbildningsinspektörernas sakkunskap. Flera olika informationskällor har använts. Underlaget har analyserats och bedömts utifrån kriterier som inspektörsgruppen har formulerat. Återkoppling har skett såväl muntligt som skriftligt till de granskade huvudmännen, förskolorna och skolorna.

Granskningen genomfördes år 2001-2002 av utbildningsinspektörer, som representerar såväl skolor, universitet, kvalitetsinstitut som näringsliv och fria yrken samt Skolverket. Besök har ägt rum i ett urval förskolor, skolor och vuxenutbildningar i 40 kommuner och ett utbildningsförbund. Granskningen har riktat sig till huvudmännen, som har det övergripande ansvaret för kommunens verksamhet, samt till huvudmännen för 16 fristående skolor. 51 kommunala och 4 enskilda förskolor, 111 kommunala och 12 fristående grundskolor (med olika organisatoriska lösningar, ofta med förskoleklass och skolbarnomsorg), 37 kommunala och 2 fristående gymnasieskolor, 41 kommunala vuxenutbildningsenheter samt 36 enheter med svenskundervisning för invandrare, sfi, har ingått. För vuxenutbildningens del omfattar granskningen enbart verksamheter som genomförs av kommunerna själva.

Utbildningsinspektörerna har samtalat med ansvariga politiker, resp. styrelserepresentanter för de fristående skolorna, ansvariga förvaltningstjänstemän, skolledningar och förskolornas verksamhetsansvariga, arbetslag och lärare i olika ämnen, inklusive matematik, barn, elever och vuxenstudier samt föräldrar. Granskningen har främst skett i förskolan, förskoleklassen, år 5 och 9 i grundskolan, i år 3 i gymnasieskolan samt komvux och sfi, men elever och lärare också från andra skolår har deltagit i intervjuerna. Dessutom har observationer i undervisningen gjorts.

Urvalet av kommuner gjordes så att olikheter skulle finnas representerade ifråga om kommunstorlek, geografiskt läge, befolkningsstruktur, näringsliv, ekonomiska förhållanden samt utbildningstraditioner. Kommuner som redan tidigare varit föremål för nationell kvalitetsgranskning eller nyligen hade varit föremål för Skolverkets tillsynsutredningar var inte

aktuella. I ett andra steg valdes ett antal förskole- och skolenheter som på motsvarande sätt speglar variationerna inom kommunen.

Dokumentation med relevans för granskningsområdet begärdes in av huvudmannen och enheterna, såsom skolplaner, arbetsplaner eller andra mål- och policydokument, utvärderingar, kvalitetsredovisningar och dokumentation kring eventuellt relevant utvecklingsarbete.

Under normalt två veckors besök fördjupades bilden. På kommunövergripande nivå genomfördes intervjuer med styrelsen för utbildningen och dess förvaltning.

En kompletterande informationskälla är en enkätstudie i tolv av de granskade kommunerna. Den vände sig till elever och lärare i år 5 och år 9 i grundskolan, i år 3 i gymnasieskolan samt till komvux-studerande i kurser i matematik. Drygt 4.000 lärare och c:a 5.700 elever besvarade enkäter.

Utbildningsinspektörernas kriterier

Nedan anges fyra kriterieområden med ett antal delkriterier som inspektörerna anser kännetecknar en verksamhet som stimulerar barns och elevers lust att lära. Dessa kriterier har använts som stöd vid analys och bedömning av de granskade verksamheterna.

Explicita och implicita mål och strategier för att stödja lusten att lära och motivationen

- ❖ De ansvariga/personalen har medvetet uttalade mål för att eleven ska känna motivation och en lust att lära.
- ❖ De intentioner vad gäller lusten att lära som finns på nationell och lokal nivå genomsyrar verksamheten.
- ❖ Det förs planerade diskussioner i olika forum i kommunen och på den enskilda enheten där man samtalar om hur man kan förändra/förbättra undervisningen i allmänhet och i matematik i synnerhet för att väcka och bibehålla barnens/elevernas lust att lära genom skol-systemet. Resultaten av dessa samtal omsätts i arbetet med barnen/eleverna.
- ❖ Elevernas attityder och uppfattningar om villkoren för lärandet i skolan i allmänhet och i matematik i synnerhet utvärderas återkommande.
- ❖ Läraren upplever sig ha den ämnesmässiga och pedagogiska kompetensen för att känna sig trygg i lärarbetet.
- ❖ Personalen på den enskilda skolan har sådana förutsättningar att en positiv utveckling sker.

Den fysiska och psykosociala arbetsmiljöns betydelse

- ❖ Den fysiska miljön ger förutsättningar för att barnen/eleverna ska uppleva trygghet och stimulans i sitt lärande.
- ❖ Den psykosociala miljön erbjuder eleverna trygghet, inflytande och stimulans.

Elevens lärande

- ❖ Eleverna förstår målen och syftet med arbetet/matematikundervisningen och upplever att innehållet är relevant och meningsfullt, för både personlig, social och kunskapsmässig utveckling.

- ❖ Det ställs positiva förväntningar på eleverna utifrån målen i läroplaner och kursplaner och utifrån vars och ens förförståelse och kunskapsnivå.
- ❖ Eleverna har inflytande över det egna lärandet.
- ❖ Eleven får möjlighet att utveckla sitt matematiska kunnande och sitt matematiska språk genom eget arbete och tillsammans med andra i olika sammanhang, på olika sätt och med olika medel.
- ❖ Undervisningen i allmänhet och i matematik i synnerhet utgår från elevens behov, erfarenheter och förförståelse så att elevens kunskaper vidgas och fördjupas.
- ❖ Lärarna skapar goda betingelser för lärandet i sättet att organisera och leda undervisningen.
- ❖ Eleven får stimulans i nya utmaningar och känner att hon/han har möjlighet att lyckas i arbetet. Eleven får regelbunden återkoppling.
- ❖ Elevens prestationer bedöms på ett allsidigt sätt
- ❖ Examinationen utgår från målen och mäter kunskapernas olika aspekter
- ❖ Examinationen följs upp på ett sådant sätt att den blir en positiv del i elevens lärande

Elevernas självförtroende och syn på lärande

- ❖ Barn, elever och studerande känner lust att lära och har god förtroende till sin förmåga att lära. (Kapacitetsupplevelse)
- ❖ Eleven litar på sin förmåga att lära i nya sammanhang och gör självständiga val.

Granskade huvudmän

Kommunala

Uppsala län

Tierps kommun
Uppsala kommun
Älvkarleby kommun

Södermanlands län

Gnesta kommun
Katrineholms kommun
Strängnäs kommun

Jönköpings län

Gislaveds kommun
Mullsjö kommun
Tranås kommun

Kronobergs län

Alvesta kommun
Ljungby kommun
Växjö kommun
Älmhults kommun

Skåne län

Bjuvs kommun
Bromölla kommun
Helsingborgs kommun
Lunds kommun
Osby kommun

Västra Götalands län

Borås kommun
Karlsborgs kommun
Munkedals kommun
Sotenäs kommun
Tidaholms kommun
Töreboda kommun

Värmlands län

Arvika kommun
Forshaga kommun
Storfors kommun
Årjängs kommun

<i>Örebro län</i>	Degerfors kommun Hallsbergs kommun Kumla kommun Lindesbergs kommun Sydnärkes utbildningsförbund
<i>Gävleborgs län</i>	Ljusdals kommun Nordanstigs kommun Söderhamns kommun
<i>Norrbottnens län</i>	Haparanda kommun Jokkmokks kommun Kiruna kommun Luleå kommun Övertorneå kommun

Fristående och enskilda

Berga montessoriförskola, Uppsala
 Borås kristna skola, Borås
 Freinetskolan i Lund, Lund
 Freinetskolan Tallbacken, Ljusdal
 Gnesta Waldorfskoleförening, Gnesta
 Haparanda Montessoriförening, Haparanda
 Hietaniemi friskola, Övertorneå
 Kristna skolan Hosianna, Nordanstig
 Lunds Montessorigrundskola, Lund
 Procivitas Education, Helsingborg
 På ängen I ur och skur, Mullsjö
 Signebyns skola, Årjäng
 Europaskolan, Strängnäs
 Uppsala Waldorfskola, Uppsala
 Växjö Waldorfskola, Växjö
 Älvboda friskola, Älvkarleby

Referenser

Offentligt tryck

Kursplaner och betygskriterier 2000, Grundskolan.

Läroplan för förskolan (Lpfö 98).

Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet (Lpo94).

Läroplan för de frivilliga skolformerna (Lpf94).

Programmål, kursplaner, betygskriterier och kommentarer, Gy 2000.

SOU 1974:53.

SOU 1992:94.

Litteratur och artiklar

Bergqvist, K. (1990). Doing schoolwork: task premisses and joint activity in the comprehensive classroom Avhandling. Linköping : Tema, Univ.

Börjesson (SOU 2000:19).

Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). Addition and subtraction, a cognitive perspective. Hillsdale, NJ. Lawrence Erlbaum.

Csikszentmihályi, M. (1990). Att uppleva "flow". I Maj Ödman (red.): Om kreativitet och flow. Stockholm: Brombergs förlag AB.

Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (1999). Förskolebarn i matematikens värld. Stockholm: Liber.

Emanuelsson, G. & Johansson, B. (1997). Matematik – det kritiska filtret. Pedagogiska magasinet, nr 2, 1997. Tema: I matematikens värld.

Giota, J. (2001). Adolescents' Perceptions of School and Reasons for Learning. Avhandling om motivation. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Giota, J. (2002). Skoleffekter på barns motivation och utveckling. Skolverket (dnr 2001:113).

Gustafsson, J-E. & Myrberg, E. (2002). Ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat. Kunskapsöversikt, Skolverket.

- Johansson, B. & Emanuelsson, G. (1999). Lektioner i USA och Japan. Nämnaren 26 (3).
- Keitel, C. (1998). Was ist das Geheimnis des japanischen Mathematikunterrichts? In: *Mathematik lehren* 90, 10/98.
- Att bedöma eller döma, tio artiklar om bedömning och betygssättning. Skolverket (2002).
- Kullberg, B. (2002). Lust att lära – granskning med etnografisk ansats. Skolverket.
- Lander, R. (2002). Professional cooperation around self-related measures in school indicator instruments. *Journal of Classroom Interaction*, Vol 3, No 2.
- Nämnaren Tema, Matematik från början (2000).
- Pramling-Samuelsson (1983). The child's conception of learning. Avhandling. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Reuterberg, S-E. & Svensson, A. (2000). Köns- och socialgruppskillnader i matematik. Orsaker och konsekvenser. IPD-rapport nr 2000:20. Göteborgs universitet.
- Sanderoth, I. (2002). Om lust att lära i skolan: en analys av dokument och klass 8 y. Avhandling. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Stigler, J.W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free press.
- Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2001). *Elevgrupperingar. En kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning*. Stockholm, Skolverket.

Internet

<http://nces.ed.gov/timss/video/index.html> US Department of Education, Videotape Classroom Study.

Bilaga 1: Underlag och genomförande	60
Bilaga 2: Utbildningsinspektörernas kriterier	62
Bilaga 3: Granskade huvudmän	64
Bilaga 4: Referenser	66

Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002

När man som elev inte förstår eller ser nyttan med att lära något så försvinner också lusten. Den erfarenheten har många elever av matematikundervisningen i skolan. En undervisning som snarare premierar antalet räknade tal än kunskap och förståelse för ämnet. Skolverket har granskat hur lusten att lära väcks och hålls vid liv i förskolor, skolor och vuxenutbildning.

Granskningen har omfattat 41 kommunala skolhuvudmän och 16 huvudmän för fristående skolor.

Skolverket

www.skolverket.se