

Genrepedagogik för att förstå matematikspråk, kontext och öppenhetsgrad

Eva Norén, Anette de Ron och Lisa Österling, Stockholms universitet

Fokus i den här texten är undervisning i relation till texter i matematik. I alla matematikklassrum pågår ständig interaktion där informella ord, formella ord och symboler används. Därför behöver elever förstå och kunna använda ord och symboler i både muntlig och skriftlig form. Det är centralt att i undervisningen lyfta fram hur symboler, algebraiska uttryck, formler, grafer, funktioner och andra matematiska objekt och representationsformer uttrycks språkligt och hur de används för att passa olika syften och sammanhang. För elever som har andra modersmål än svenska har en sådan undervisningen särskilt stor betydelse.

Genrer bland matematiktexter

Ett sätt att uppmärksamma det skriftliga matematikspråket är att tänka i genrer. Elever möter en rad texter i matematik som har olika språkliga, strukturella och kontextuella drag:

- olika sorters uppgifter: till exempel rena matematikuppgifter eller matematiska problem
- instruktioner och faktarutor
- bevis
- redogörelser för undersökningar
- berättelser och historiska tillbakablickar
- exempellösningar

Bland skriftliga former som eleverna själva behöver behärska finns:

- lösningar till olika matematikuppgifter: till exempel problemlösning, bevis och härledningar, förklara begrepp, resonera om rimlighet, bygga modeller
- egna förklaringar av samband, som alternativ till lärobokens förklaringar
- posters eller väggtidningar
- matematik i samband med andra ämnen, till exempel laborationsrapporter, eller i texter med matematik i samband med natur- och eller samhällsfrågor
- egna matematikuppgifter

Dessa olika genrer har olika syften och används i olika sammanhang. Därför innehåller vissa texter informella och vardagliga ord, men andra är mer formella med matematikens ord, bilder och symboler.

Lärarens uppgift i det här sammanhanget är att tydliggöra vad som är förväntningar och vilka konventioner som gäller inom ämnets textgenrer. Alla texter har en övergripande

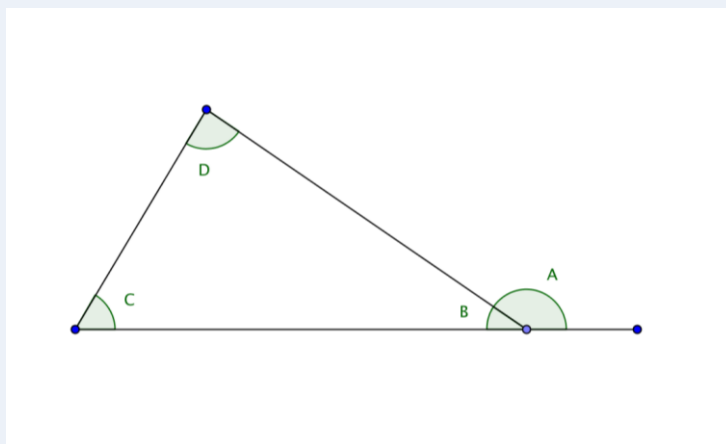
struktur, texter av en viss sort börjar, fortsätter och avslutas på ett visst sätt. Texter i matematik är ofta konstruerade och formulerade på ett sätt som skiljer sig från texter eleverna möter i sin vardag. De är konstruerade för ett särskilt syfte och följer specifika mönster, men det finns också en stor variation inom varje specifik textgenre.

Betrakta som exempel beviset i Figur 1.

Figur 1

Bevis 1 – yttervinkelsatsen

Yttervinkelsatsen säger att vinkeln A i figuren är lika stor som vinklarna C och D tillsammans.



Hur vet vi det? Vi utgår från två kända samband:

1. När vinkelbenen utgör en rät linje är vinkeln 180° . Alltså är sidovinklarna $A + B = 180^\circ$.
2. Vinkelsumman i en triangel är 180° . Alltså är $B + C + D = 180^\circ$.

Om vi kombinerar dessa båda ekvationer ser vi att eftersom $A + B$ och $B + C + D$ båda är 180° så är uttrycken lika stora. Nu kan vi sätta

$$A + B = B + C + D$$

Eftersom vinkeln B är lika stor på båda sidor om likhetstecknet kan vi eliminera B .

$$A = C + D$$

Alltså är A lika stor som $C + D$, vilket skulle bevisas.

Karaktäristiskt för matematikspråket i beviset är att:

- Det finns en bild med beteckningar som knyter texten till bilden – A , B , C , D . Det finns relativt mycket text och relativt sparsamt med matematiska symboler, de som finns med är likhetstecken, additionstecken och gradtecken.
- Det finns en hel del **formella matematikord**: yttervinkelsatsen, vinkel, summa, triangel, uttryck. Men det finns också ord, både substantiv och **bindeord**, som har en precis och speciell innebörd i den här textgenren: utgör, alltså, nu kan vi sätta, eliminera, vilket skulle bevisas. Det är ord och fraser som är viktiga att uppmärksamma så att elever både förstår innebörden och får tillgång till dem, när de senare ska producera egna texter i genren.
- I det här beviset används relativt mycket förklarande text. Vad som händer i texten kan vi se genom att betrakta verben: säger, vet, utgår, utgör, kombinerar, eliminera, vara, är, skulle. Vissa av dessa verb, som utgår, utgör, eliminerar, har en specifik innebörd i en matematisk kontext, som kan skilja sig från den vardagliga betydelsen som eleverna är vana vid.
- Beviset skiljer sig från den mest stringenta varianten av bevis genom att det på flera ställen finns en närvaro av **vi** i texten. Det är vanligt att de enda deltagarna i ett matematiskt bevis är de matematiska objekten, som i
 - vinkelbenen utgör,
 - vinkelsumman av triangeln är... eller
 - vinkeln B är.

Det går att formulera beviset praktiskt taget utan ord, genom att använda enbart matematiska symboler. Betrakta som exempel beviset i Figur 2.

Figur 2

Bevis 2 – yttervinkelsatsen

Yttervinkelsatsen: $c = a + b$

$$c + \tau = 180^\circ (\text{som sidovinklar}) \Leftrightarrow$$

$$\tau = 180^\circ - c \quad (1)$$

$$\tau + a + b = 180^\circ (\text{sats om triangelns vinkelsumma}) \quad (2)$$

$$(1) \text{ och } (2) \Rightarrow (180^\circ - c) + a + b = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow$$

$$180^\circ - c + a + b = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow$$

$$180^\circ - 180^\circ - c + c + a + b = 180^\circ - 180^\circ + c$$

$$\Leftrightarrow$$

$$a + b = c \quad \text{VSB}$$

Det är mycket svårare att formulera beviset med vardagsord, helt utan matematikord och symboler. Såväl matematikord, som vardagsord och symboler behövs för att beskriva och kommunicera matematiska samband.

Vilken variant av bevisen ovan är typiskt för textgenren bevis? Det beror rimligtvis på vem som är tänkt läsare och vilket syfte texten har. Det innebär att om syftet är att texten ska förklara varför yttervinkelsatsen stämmer för någon som inte tidigare mött sambandet så kan den förklarande texten, som i Figur 1, vara ett stöd. Då liknar beviset en instruerande text. Om syftet istället är att texten ska ingå i en matematikkontext behöver språket vara matematikspråk med mer av matematiskt symbolspråk, som i Figur 2. Sådana texter finns inom en väldigt specifik matematikgenre.

Att arbeta med matematikens texter ställer ibland höga krav på eleverna. Dels ställer det språkliga krav på att kunna läsa, skriva, förstå och växla mellan informella ord, formella

ord och symboler, dels krävs en förståelse av de matematiska samband som texten beskriver (Myndigheten för skolutveckling, 2008). För elever med andra modersmål än svenska kan informella ord ofta vara knutna till vardagsspråket på modersmålet.

Enligt bland andra Österholm (2006) är att kunna läsa, förstå och lära sig från texter en central aspekt att fokusera på även inom matematik. De elever som har liten vana av svenska språket i texter som används i matematikundervisningen behöver stöttning. I elevgrupper med elever som har andra modersmål än svenska kan språket vara ett hinder för att förstå matematisk text. Ibland kan det svenska språket också vara ett hinder för att tolka och ge uttryck för de matematiska samband som eleverna faktiskt behärskar. Elever kan då behöva formulera sina tankar på modersmålet.

Att analysera texter i matematik

Eftersom matematikuppgifter och matematiska texter är centrala i matematikundervisningen, kan lärare i förväg granska de matematiska texter som finns i läroböcker och andra textuppgifter som eleverna förväntas arbeta med. Det behövs för att förebygga språkliga och innehållsliga hinder. Granskningen av texterna behöver relatera till de kunskaper som läraren har om eleverna i den egna klassen. När en elev har problem med att uppfatta innehållet i textuppgifter beror det ofta på svårigheter i att läsa av en matematisk text snarare än svårigheter i att behärska matematiska operationer (Lundberg & Sterner, 2004; Malmer, 2002). Eleven kan då behöva rent språklig stöttning, vilket är en av grundprinciperna för en språk- och kunskapsutvecklande matematikundervisning. Att uppfatta innehållet i en text kan vara problematiskt för elever med andra modersmål såväl som för elever med svenska som förstaspråk. Att läsa och förstå matematiska texter på ett andraspråk kan innebära att ännu mer kraft måste läggas på att koda av texten än att tolka det matematiska innehållet.

Olika texter i matematik har olika språkliga drag, men ämnesord och symboler återkommer. I arbetet med matematiska texter behöver man inte göra en språklig analys varje gång, utan en aspekt väljs ut per gång för att eleverna så småningom ska ha kunskap om flera genrespecifika drag. Lärare och elever kan till exempel tillsammans titta på inledningar en gång och ords innebörd i matematisk text en annan gång.

Aktiviteter kring lösningstexter

Genom att eleverna utvecklar sin förmåga att både läsa och själva uttrycka sig skriftligt på matematikspråket och att använda relevanta begrepp inom det aktuella matematikområdet får de möjlighet att utveckla både matematisk och språklig matematikkunskap.

När eleverna formulerar lösningstexter behöver de ta hänsyn till språk, struktur och sammanhang. Om lärare och elever gemensamt konstruerar lösningstexter kan eleverna ges verktyg för att kunna använda relevanta begrepp samt att kunna argumentera, resonera och kommunicera skriftligt och att klara av liknande situationer på egen hand i framtiden. När eleverna formulerar egna lösningar, kan de till att börja med behöva stöd av läraren eller varandra för att senare kunna konstruera lösningstexter helt på egen hand. Läraren kan då använda texterna för olika former av bedömning, både summativ och formativ, för att stötta denna utvecklingsprocess.

Genre, kontext och öppenhetsgrad påverkar matematiska lösningstexter

Att se matematiska texter som olika genrer går ut på att beskriva explicit vad som ingår i en viss textgenre och att erbjuda modeller för texter. Sådana modeller kan vara öppna för olika anpassningar, eller vara av karaktären där elever mer eller mindre härmar och kopierar en modellösning.

Att arbeta med modelltexter förbereder elever på att självständigt kunna formulera lösningstexter i matematik inom olika genrer. Elevernas egna texter kan komma att likna modelltexten, men inom en genre finns också en öppenhet för att lösningstexter kan se olika ut. En matematisk lösningstext, till exempel lösningar till matematiska problem, kan diskuteras gemensamt. Läraren kan utgå från en modell för en specifik textgenre och tillsammans med eleverna leta efter kännetecken hos textgenren och använda dem som förebilder eller modeller. Att aktivt arbeta med modelltexter gynnar elever som lär på sitt andraspråk.

Det är inte bara olika genrer som är viktiga i lösningstexter, utan också vilken grad av öppenhet som är tillåten och vilken kontext som uppgiften är formulerad inom. Måste man till exempel inleda med att presentera vad som är givet, eller finns det uppgifter där det inte behövs? En lösning i en inommatematisk kontext ställer andra krav på ordval och symboler än en uppgift i en tillämpad kontext. I olika kontexter finns olika förväntningar på texten och på vilka genrer som används. Om eleverna får möta olika sorters texter, såväl olika lösningar som textuppgifter, rika problem eller bevis, blir variationen på deras egna texter bredare, både språkligt och matematisk.

Referenser

Gibbons, P. (2010). *Lyft språket lyft tänkandet. Språk och lärande*. Hallgren & Fallgren.

Gibbons, P. (2013). *Stärk språket, stärk lärandet: språk- och kunskapsutvecklande arbetssätt för och med andraspråks elever i klassrummet*. Hallgren & Fallgren.

Lundberg, I. & Sterner, G. (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter under de första skolåren – hur hänger de ihop?* Natur & Kultur.

Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla: Nödvändig för elever med inlärningsvårigheter*. Studentlitteratur.

Myndigheten för skolutveckling (2008). *Mer än matematik: Om språkliga dimensioner i matematikuppgifter*. Myndigheten för skolutveckling.

Skolverket (2013). *Nationellt prov Ma4 vt13*. Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap. Umeå universitet. <http://www5.edusci.umu.se/np/np-2-4-prov/Ma4-vt13.pdf>

Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325–346